



โครงการคณิตศาสตร์
เรื่อง สูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

โดย

- | | |
|----------------------------|-----------------------|
| 1. นายพงศพัฒน์ บุญเพชร | ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 |
| 2. นางสาวกัญญาวิวิ์ คงเข้ม | ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 |
| 3. นางสาวนัทธ์ชนัน ตริเพชร | ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 |

ครูที่ปรึกษา

1. นางสาวปิยธิดา สงบดี
2. นางสาววาทีณี นิยมวรรณ

โรงเรียนชัยบุรีพิทยา

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสุราษฎร์ธานี ชุมพร

รายงานฉบับนี้เป็นส่วนประกอบของโครงการคณิตศาสตร์
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ช่วงชั้นที่ 4 โครงการประเภททฤษฎี
เนื่องในงานสัปดาห์วิทยาศาสตร์แห่งชาติส่วนภูมิภาค ประจำปี พ.ศ. 2569
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี

บทคัดย่อ

ชื่อโครงการ สูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

ปีการศึกษา 2569

ผู้จัดทำโครงการ 1. นายพงศพัฒน์ บุญเพชร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

2. นางสาวกัญญาวิวิ์ คงเข้ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

3. นางสาวนัทธชนัน ตรีเพชร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ครูที่ปรึกษา 1. นางสาวปิยธิดา สงบดี

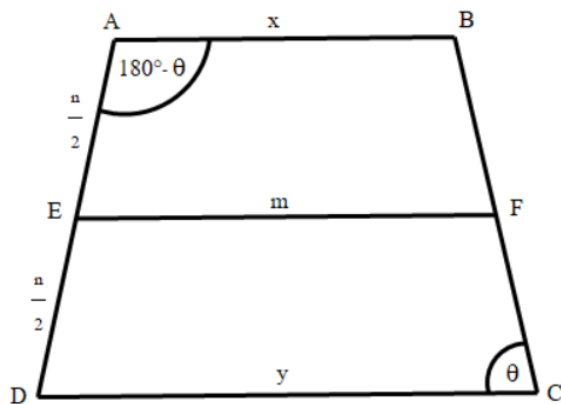
2. นางสาววาทีณี นิยมวรรณ

โครงการเรื่องสูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว ทางกลุ่มมีความสนใจที่จะศึกษาหาสูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว ซึ่งจะต้องกำหนดความยาวของเส้นใบมีเดียที่ขนานกับฐาน ความยาวด้านข้างของฐานหนึ่งด้าน และขนาดของมุมหนึ่งมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยใช้ความรู้ทฤษฎีบทกฎของโคไซน์ อัตราส่วนตรีโกณมิติ เส้นขนาน เส้นใบมีเดีย เพื่อสร้างสูตรสำหรับการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว และได้ผลสรุปของโครงการ ดังนี้

ทฤษฎีบท สำหรับรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$ มีสูตรในการคำนวณพื้นที่ คือ

$$[ABCD] = mn \sin \theta$$

เมื่อ $[ABCD]$ แทนพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$, m แทนความยาวของเส้นใบมีเดียที่ขนานกับฐาน, n แทนความยาวด้านข้างของฐานของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$ และ θ แทนขนาดมุมหนึ่งมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$



รูปที่ 1 : รูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$

กิตติกรรมประกาศ

โครงการคณิตศาสตร์เรื่องสูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว ประกอบด้วยการดำเนินการหลายขั้นตอน นับตั้งแต่ศึกษาบทความทางวิชาการที่น่าสนใจ คิดแนวทางการทำโครงการ จัดทำโครงการ สรุปวิเคราะห์และอภิปรายผล จนกระทั่งโครงการได้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ตลอดระยะเวลาดังกล่าวคณะผู้จัดทำได้รับการช่วยเหลือสนับสนุน และได้คำแนะนำเกี่ยวกับแนวทางในการทำโครงการ ตลอดจนได้รับกำลังใจในการทำโครงการจากบุคคลหลายท่าน คณะผู้จัดทำรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาจากทุก ๆ ท่านเป็นอย่างยิ่ง ณ โอกาสนี้ ขอขอบพระคุณทุก ๆ ท่านดังนี้

กราบขอบพระคุณ นายกิตติพงศ์ ณ นคร ผู้อำนวยการโรงเรียนชัยบุรีพิทยา ที่ให้ความอนุเคราะห์และให้ความช่วยเหลือในด้านต่าง ๆ นางสาวปิยธิดา สงบดี และนางสาววาทีณี นิยมวรรณ ที่ปรึกษาโครงการที่คอยเป็นที่ปรึกษาให้คำแนะนำ และชี้แนะแนวทางการแก้ปัญหาให้กับทางกลุ่มอย่างดีเสมอมา และขอกราบขอบพระคุณคุณครูในหมวดคณิตศาสตร์ทุกท่านที่คอยดูแลเอาใจใส่และให้คำปรึกษาเป็นอย่างดี

ท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อคุณแม่ ผู้เป็นที่รัก ผู้ให้กำลังใจและให้โอกาสการศึกษาอันมีค่ายิ่ง

คณะผู้จัดทำ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	ก
กิตติกรรมประกาศ	ข
สารบัญ	ค
บทที่ 1 บทนำ	1
บทที่ 2 เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง	2
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการ	5
บทที่ 4 ผลการดำเนินงาน	6
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	11
บรรณานุกรม	12

บทที่ 1

ที่มาและความสำคัญ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

ในชีวิตประจำวัน เราจะพบเห็นรูปเรขาคณิตอยู่เสมอไม่ว่าจะเป็นรูปวงกลม รูปสี่เหลี่ยม รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และรูปเรขาคณิตอื่น ๆ เราสามารถหาความยาว ความสูง หรือหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตเหล่านี้ได้โดยการใช้สูตรมาช่วยในการคำนวณ

รูปสี่เหลี่ยม ถือเป็นหนึ่งในรูปเรขาคณิตที่สำคัญทั้งยังเป็นรูปเรขาคณิตพื้นฐานที่เราจำเป็นต้องให้ความสนใจ และศึกษาเรียนรู้ เพื่อสร้างรากฐานทางความคิดและพัฒนาทักษะที่สำคัญ รวมถึงนำมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน เนื่องจากรูปสี่เหลี่ยมสามารถเชื่อมโยงกับความรู้ในด้านอื่น ๆ ได้ ซึ่งรูปสี่เหลี่ยมคางหมูเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดหนึ่งที่ผู้จัดทำสนใจค้นคว้าต่อไป

รูปสี่เหลี่ยมคางหมู คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกันเพียงคู่เดียว และพจนานุกรมศัพท์วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้ให้คำนิยามไว้ว่าพื้นฐานในการคำนวณพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู เท่ากับ $\frac{1}{2} \times$ ผลบวกด้านคู่ขนาน $\times$ สูง

การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว โจทย์ปัญหาโดยทั่วไปจะต้องกำหนดความยาวด้านคู่ขนานและความสูงมาให้เพื่อนำไปใช้ในการคำนวณ คณะผู้จัดทำจึงมีแนวคิดที่จะหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว ซึ่งจะต้องกำหนดความยาวของเส้นไหมี่เฉียงที่ขนานกับฐาน ความยาวด้านข้างของฐานหนึ่งด้าน และขนาดของมุมหนึ่งมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยใช้ความรู้ทฤษฎีบทของโคไซน์ อัตราส่วนตรีโกณมิติ เส้นขนาน เส้นไหมี่เฉียง เพื่อสร้างสูตรสำหรับการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

1.2 จุดมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

จุดมุ่งหมายของการทำโครงการนี้ คือ เพื่อสร้างสูตรสำหรับการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

1.3 สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

สามารถสร้างสูตรที่ใช้ในการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

1.4 ขอบเขตของการดำเนินงาน

ตัวแปรต้น สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

ตัวแปรตาม สูตรที่ใช้ในการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

บทที่ 2

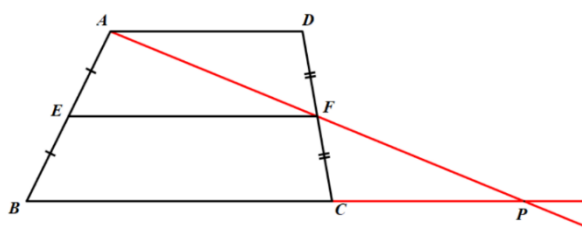
เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

ในการดำเนินการทำโครงการคณิตศาสตร์เรื่องสูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว ทางกลุ่มได้ศึกษาเนื้อหาที่ใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาของโครงการสามารถแสดงรายละเอียดได้ ดังนี้

รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

บทนิยาม 2.1 รูปสี่เหลี่ยมคางหมู คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกันเพียงคู่เดียว

ทฤษฎีบท 2.2 ถ้ารูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ มี $\overline{EF}$ ที่ลากจากจุดกึ่งกลางด้านข้างของฐานทั้งสองด้านแล้ว $\overline{EF}$ จะขนานกับฐาน



รูปที่ 2 : รูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$

สูตรการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD = \frac{1}{2} \times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน} \times \text{สูง}$

รูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

ทฤษฎีบท 2.3 รูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกันเพียงคู่เดียว มุมที่ฐานของรูปสี่เหลี่ยมมีขนาดเท่ากัน

เส้นขนาน

บทนิยาม 2.4 เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อเส้นตรงสองเส้นนั้นอยู่บนระนาบเดียวกันและไม่ตัดกัน

ทฤษฎีบท 2.5 ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

ทฤษฎีบท 2.6 เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ถ้าเส้นตรงคู่นั้นขนานกันแล้ว มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับสองมุมฉาก

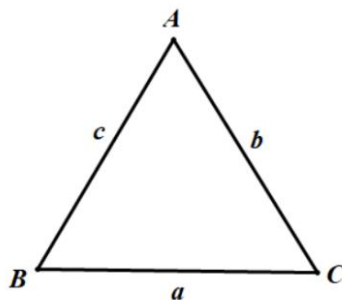
กฎของโคไซน์

ทฤษฎีบท 2.7 (กฎของโคไซน์) ในรูปสามเหลี่ยม ABC ใด ๆ ถ้า a, b, c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B, C ตามลำดับ จะได้

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

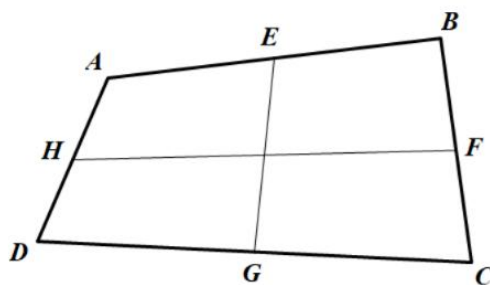


รูปที่ 3 : รูปสามเหลี่ยม ABC

เส้นไบบิเดียน

บทนิยาม 2.8 ไบบิเดียน (bimedians) คือ ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ

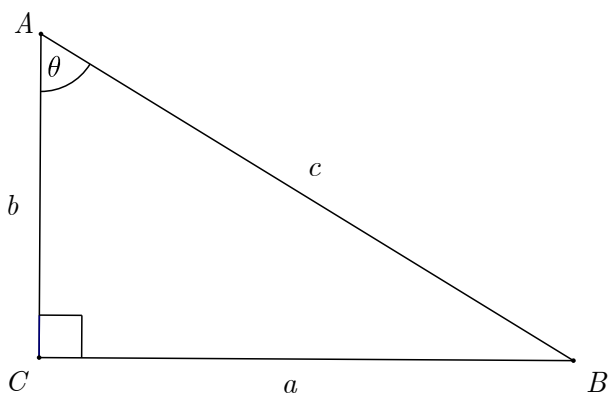
กำหนดให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ จุด E, F, G และ H เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ และ $\overline{DA}$ ตามลำดับ ลากเส้นเชื่อมจากจุด E ไปยังจุด G และจุด H ไปยังจุด F สองเส้นที่เกิดขึ้นเรียกว่า ไบบิเดียน



รูปที่ 4 : $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่มี $\overline{EG}$ และ $\overline{HF}$ เป็นเส้นไบบิเดียน

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

บทนิยาม 2.9 สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม A เป็นมุมแหลมมุมหนึ่ง



รูปที่ 5 : อัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACB

$$\sin \theta = \frac{a}{c}$$

$$\cos \theta = \frac{b}{c}$$

$$\tan \theta = \frac{a}{b}$$

บทที่ 3

วิธีดำเนินการ

การทำโครงการคณิตศาสตร์ในครั้งนี้ มีวิธีดำเนินการเพื่อสร้างสูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.1 วัสดุ / อุปกรณ์

เครื่องมือที่ใช้ในการทำโครงการครั้งนี้มีดังนี้

3.1.1 หนังสือ / คู่มือ สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3.1.2 โปรแกรมเดอะจีโอเมเตอร์สเก็ตช์แพด (The Geometer's Sketchpad)

3.2 ขั้นตอนการดำเนินงาน

การดำเนินการทำโครงการคณิตศาสตร์เรื่องสูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว ในครั้งนี้ มีขั้นตอนการดำเนินงาน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ศึกษาบทนิยามและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

ทางกลุ่มดำเนินการศึกษาศึกษาบทนิยามและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรูปสี่เหลี่ยมคางหมู และปริญญานางสาวปิยธิดา สงบดีและนางสาววาที นิยมวรรณ ครูที่ปรึกษาโครงการ โดยแสดงผลการศึกษาตาม บทที่ 2 เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

ขั้นที่ 2 พิจารณาวิธีหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

ทางกลุ่มพิจารณาวิธีหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว โดยใช้เส้นไขว้ที่ขนานกับฐาน ความยาวด้านข้างของฐานหนึ่งด้าน และขนาดของมุมหนึ่งมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว ซึ่งคำนวณมาจากสูตรพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD = \frac{1}{2} \times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน} \times \text{สูง}$ ตามรายละเอียดแสดงในบทที่ 4

ผลการดำเนินงาน

ขั้นที่ 3 สร้างสูตรการคำนวณพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

โดยใช้ความรู้ทฤษฎีบทของโคไซน์ เส้นขนาน เส้นไขว้ที่ขนานกับฐาน สี่เหลี่ยมคางหมู อัตราส่วนตรีโกณมิติ และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม เพื่อหาความยาวด้านคู่ขนานของสี่เหลี่ยมคางหมู และความสูงของสี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่งใช้สำหรับการสร้างสูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู ตามรายละเอียดแสดงในบทที่ 4

ผลการดำเนินงาน

ขั้นที่ 4 ตัวอย่างการใช้สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

เพื่อทดลองใช้สูตรที่ค้นพบและแสดงประโยชน์ของสูตรให้เห็นจริง จึงแสดงวิธีการใช้โดยแสดงเป็นตัวอย่างให้พิจารณารายละเอียดแสดงในบทที่ 4 ผลการดำเนินงาน

บทที่ 4

ผลการดำเนินงาน

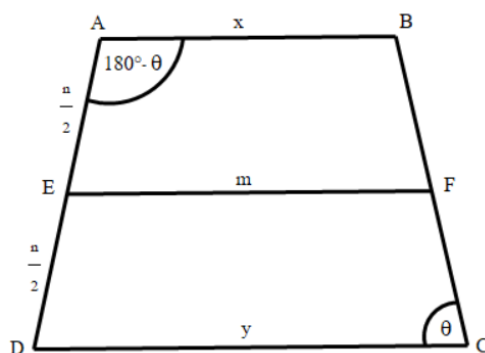
จากการดำเนินงานในการสร้างสูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว รายละเอียดผลการดำเนินงานตามขั้นตอนต่าง ๆ ที่สำคัญสามารถแสดงได้ตามหัวข้อดังนี้

4.1 สูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

ทฤษฎีบท สำหรับรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$ มีสูตรในการคำนวณพื้นที่ คือ

$$[ABCD] = mn \sin \theta$$

เมื่อ $[ABCD]$ แทนพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$, m แทนความยาวของเส้นไขว้มีเดียที่ขนานกับฐาน, n แทนความยาวด้านข้างของฐานของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$ และ θ แทนขนาดมุมหนึ่งมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$



รูปที่ 6 : รูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$

การพิสูจน์ กำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่วที่มี $\overline{AD}$ ยาว n หน่วยและ $\angle DCB$ มีขนาด θ องศา

สร้างจุดกึ่งกลาง $\overline{AD}$ และ $\overline{BC}$ ที่จุด E และ F ตามลำดับ และจากบทนิยาม 2.8 จะได้เส้นไขว้มีเดียที่ขนานกับฐาน คือ $\overline{EF}$

กำหนดให้ $\overline{EF}$ ยาว m หน่วย

$\overline{AB}$ ยาว x หน่วย

และ $\overline{DC}$ ยาว y หน่วย

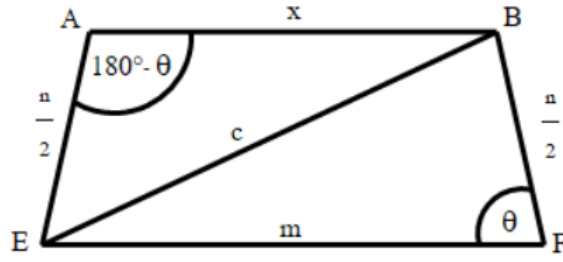
เนื่องจาก $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว จะได้ $AD = BC = n$ ทำให้

$AE = ED = BF = FC = \frac{n}{2}$ เนื่องจาก $AE = BF$ และ $ED = FC$ ซึ่งจากทฤษฎีบท 2.2 ทำให้

$\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ และ $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ และจากทฤษฎีบท 2.5 นั่นคือ $\angle DCF = \angle EFB = \theta$ และ

$\angle DAB = \angle DEF = 180^\circ - \theta$

พิจารณาหา x ซึ่งพิจารณาจาก $\square ABFE$



รูปที่ 7 : รูปสี่เหลี่ยม $ABFE$

สร้าง $\overline{BE}$

กำหนดให้ $\overline{BE}$ ยาว c หน่วย

จากกฎของโคไซน์ จะได้

$$\begin{aligned} c^2 &= m^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 - 2m\left(\frac{n}{2}\right)\cos\theta \\ &= m^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 - mn\cos\theta \end{aligned} \quad 1$$

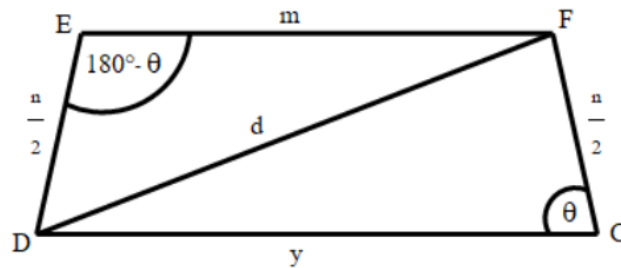
และ

$$\begin{aligned} c^2 &= x^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 - 2x\left(\frac{n}{2}\right)\cos(180^\circ - \theta) \\ &= x^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 + xn\cos\theta \end{aligned} \quad 2$$

จาก 1 และ 2 จะได้

$$\begin{aligned} m^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 - mn\cos\theta &= x^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 + xn\cos\theta \\ m^2 - mn\cos\theta &= x^2 + xn\cos\theta \\ m^2 - x^2 &= xn\cos\theta + mn\cos\theta \\ (m-x)(m+x) &= (x+m)n\cos\theta \\ n\cos\theta &= \frac{(m-x)(m+x)}{(x+m)} \\ n\cos\theta &= m-x \\ x &= m - n\cos\theta \end{aligned}$$

พิจารณา y ซึ่งพิจารณาจาก $\square EFCD$



รูปที่ 8 : รูปสี่เหลี่ยม $EFCD$

สร้าง $\overline{DF}$

กำหนดให้ $\overline{DF}$ ยาว d หน่วย

จากกฎของโคไซน์ จะได้

$$\begin{aligned} d^2 &= m^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 - 2m\left(\frac{n}{2}\right)\cos(180^\circ - \theta) \\ &= m^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 + mn \cos \theta \end{aligned} \quad 3$$

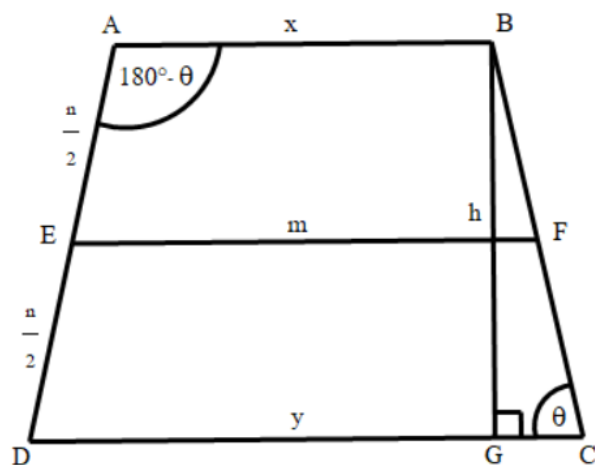
และ

$$\begin{aligned} d^2 &= y^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 - 2y\left(\frac{n}{2}\right)\cos \theta \\ &= y^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 - yn \cos \theta \end{aligned} \quad 4$$

จาก 3 และ (4) จะได้

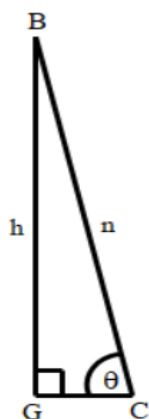
$$\begin{aligned} m^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 + mn \cos \theta &= y^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 - yn \cos \theta \\ m^2 + mn \cos \theta &= y^2 - yn \cos \theta \\ yn \cos \theta + mn \cos \theta &= y^2 - m^2 \\ (y + m)n \cos \theta &= (y - m)(y + m) \\ n \cos \theta &= \frac{(y - m)(y + m)}{(y + m)} \\ n \cos \theta &= y - m \\ y &= m + n \cos \theta \end{aligned}$$

ลาก $\overline{BG}$ จะได้ $\overline{BG} \perp \overline{DC}$ ดังนั้น $\overline{BG}$ เป็นความสูงของ $\square ABCD$ ให้ยาว h หน่วย



รูปที่ 9 : รูปสี่เหลี่ยม $ABCD$

พิจารณา $\triangle BGC$



รูปที่ 10 : รูปสามเหลี่ยม BGC

จะได้
$$\sin \theta = \frac{h}{n}$$

$$n \sin \theta = h$$

$$h = n \sin \theta$$

นั่นคือ
$$[ABCD] = \frac{1}{2}(x + y)h$$

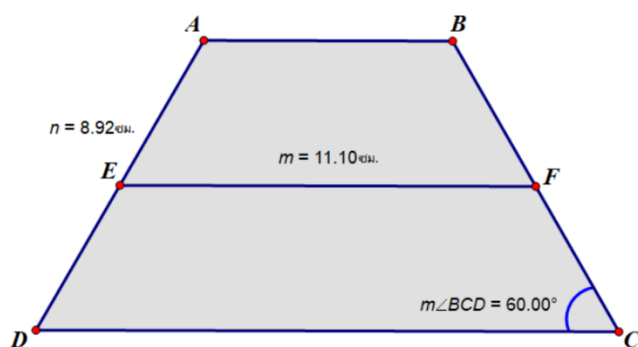
$$= \frac{1}{2}(m - n \cos \theta + m + n \cos \theta)n \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2}(2mn \sin \theta)$$

$$= mn \sin \theta$$

ดังนั้น $[ABCD] = mn \sin \theta$

4.2 ตรวจสอบความแม่นยำสูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว



พื้นที่จริง = 85.80 ซม.²
 $m \cdot n \cdot \sin(\angle BCD) = 85.80 \text{ ซม.}^2$
 พื้นที่ ABCD = 85.80 ซม.²

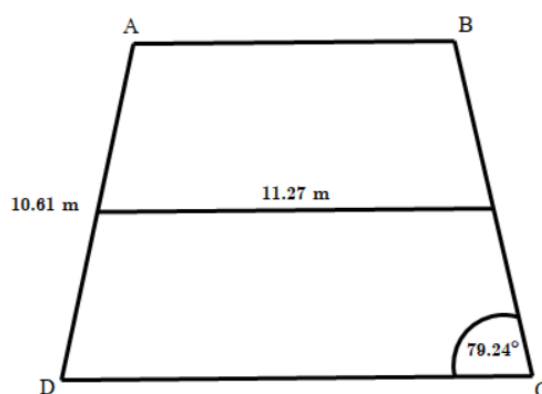
รูปที่ 11 : ตรวจสอบความแม่นยำของสูตรคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว
โดยใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)

ตารางที่ 2 ตรวจสอบความแม่นยำของสูตรคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว โดยใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)

ขนาดมุม θ (องศา)	AD หรือ n (เซนติเมตร)	EF หรือ m (เซนติเมตร)	พื้นที่จากคำนวณ (เซนติเมตร)	พื้นที่วัดจริง (เซนติเมตร)
30	8.00	13.57	54.26	54.26
37	8.00	13.03	62.71	62.71
45	8.00	12.30	69.55	69.55
53	8.00	11.45	73.17	73.17
60	8.00	10.64	73.70	73.70

4.3 ตัวอย่างโจทย์

จากรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ มีเส้นเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านข้างทั้งสอง ยาว 11.27 เมตร ด้านข้างของฐานยาว 10.61 เมตร และมี $BCD = 79.24^\circ$ จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ (เมื่อกำหนดให้ $\sin 79.24^\circ \approx 0.98$) ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง



รูปที่ 12 : รูปตัวอย่างโจทย์

วิธีทำ จากสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว
จะได้ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม $ABCD = mn \sin \theta$
 $\approx 11.27 \times 10.61 \times 0.98$
 $= 117.18$

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ เท่ากับ 117.18 ตารางเมตร

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

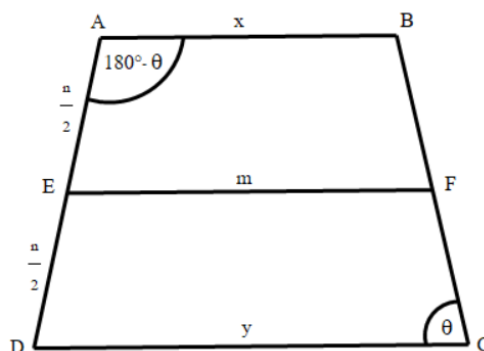
โครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง สูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว สามารถแสดงรายละเอียดเพื่อให้เห็นถึงสิ่งต่างๆ ที่เป็นผลลัพธ์จากโครงการได้ดังต่อไปนี้

5.1 สรุป

ทฤษฎีบท สำหรับรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$ มีสูตรในการคำนวณพื้นที่ คือ

$$[ABCD] = mn \sin \theta$$

เมื่อ $[ABCD]$ แทนพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$, m แทนความยาวของเส้นไปมีเดียนที่ขนานกับฐาน, n แทนความยาวด้านข้างของฐานของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$ และ θ แทนขนาดมุมหนึ่งมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$



รูปที่ 13 : รูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว $ABCD$

5.2 อภิปราย

จากการจัดทำโครงการ เรื่อง สูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างสูตรสำหรับการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว ซึ่งเมื่อได้ศึกษาการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว ทำให้ได้สูตรในการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว ดังนี้ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว เท่ากับ $mn \sin \theta$ เมื่อ m แทนความยาวของเส้นไปมีเดียน, n แทนความยาวด้านข้างของฐานของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู และ θ แทนขนาดของมุมหนึ่งมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

5.3 ข้อเสนอแนะ

จากการดำเนินการสร้างสูตรการคำนวณพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่วทางกลุ่มพบสิ่งที่น่าสนใจและเหมาะสมที่ผู้สนใจจะนำไปพัฒนาต่อ ดังนี้

5.3.1 ควรศึกษาหาสูตรคำนวณหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู โดยกำหนดเงื่อนไขอื่น ๆ

5.3.2 ควรศึกษาหาสูตรคำนวณหาพื้นที่สี่เหลี่ยมใด ๆ โดยใช้ความยาวด้านสองด้าน และมุมหนึ่งมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ

เอกสารอ้างอิง

กิตติคุณยุพิน พิพิธกุล และคณะ. (2561). **เรขาคณิต(พิมพ์ครั้งที่ 6)**. กรุงเทพฯ : บริษัทด้านสุทธา

การพิมพ์ จำกัด.

ดำรง ทิพย์โยธา. (2550). **คณิตศาสตร์ปรัญ เล่มที่ 31: โลกตรีโกณมิติ**. กรุงเทพฯ : ภาควิชา

คณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). **หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม**

2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้น
พื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: สกสศ. ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). **หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม**

2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตร
แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.