

โครงการคณิตศาสตร์
เรื่อง พื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม

ผู้จัดทำโครงการ
เด็กชายธัญเทพ เกษร์แก้ว
เด็กหญิงพชรกมล บุญทัน
เด็กหญิงวรรณวนัช โสมงคล

อาจารย์ที่ปรึกษา
นางสาวเนตรชนก คงสุวรรณ
นายชนพัฒน์ แว่วสง่า

โครงการคณิตศาสตร์ ประเภททฤษฎี ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
โรงเรียนบ้านคลองสงค์ ปี พ.ศ.2569

ชื่อโครงการ	พื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม
ผู้จัดทำโครงการ	เด็กชายธัญเทพ เกษร์แก้ว เด็กหญิงพชรภมล บุญทัน เด็กหญิงวรรณวนัช โสมคง
ครูที่ปรึกษา	นางสาวเนตรชนก คงสุวรรณ นายชนพัฒน์ แว่วสง่า
โรงเรียน	บ้านคลองสงค์
ปีการศึกษา	2569

บทคัดย่อ

โครงการ เรื่อง พื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม ได้ดำเนินการโดยมีจุดมุ่งหมาย เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ และสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมนั้น

การดำเนินการเริ่มจากการคิด วิเคราะห์ วางแผน และตัดสินใจเลือกเรื่องที่จะทำ โดยมีการแบ่งงานไปศึกษาข้อมูล จากนั้นนำผลการศึกษาที่ได้มาสรุป วิเคราะห์ เรียบเรียงเป็นรูปเล่มรายงาน

จากการศึกษาความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสามด้าน โดยอาศัยการสังเกตจากการหาพื้นที่และความยาวรอบรูป โดยใช้สูตรของเฮรอนในการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม และจากการหาความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม จะได้ความสัมพันธ์ของด้านของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีเงื่อนไขที่ได้อธิบายไว้ข้างต้น พบว่า พื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมนั้น และสามารถนำความยาวด้านทั้งสามมาสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมนั้นได้

กิตติกรรมประกาศ

การศึกษาโครงการคณิตศาสตร์ประเภททฤษฎี เรื่อง พื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมเล่มนี้ สำเร็จลุล่วงโดยได้รับความอนุเคราะห์อย่างดีจากครูเนตรชนก คงสุวรรณ และครูชนพัฒน์ แว่วสง่า ซึ่งได้กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำแนวคิดวิธีการและสละเวลาอันมีค่าแก้ไขข้อบกพร่องของเนื้อหาด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง คณะผู้จัดทำโครงการขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณคณะผู้บริหารโรงเรียนบ้านคลองสงค์ทุกท่าน หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และคณะครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านคลองสงค์ทุกท่านที่ให้การสนับสนุนการดำเนินการศึกษาโครงการเล่มนี้จนสำเร็จด้วยดี

ผู้จัดทำโครงการหวังว่าโครงการนี้จะเป็นประโยชน์ต่อผู้สนใจทั่วไปและสามารถเป็นแนวทางในการประยุกต์ความรู้เพื่อประโยชน์ในการดำรงชีวิตต่อไป

อัญเทพ เกษร์แก้ว
พชรกมล บุญทัน
วรรณวนัช โสมคง

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทคัดย่อ	
กิตติกรรมประกาศ	
สารบัญ	
บทที่ 1 บทนำ	1
บทที่ 2 เอกสารที่เกี่ยวข้อง	2
บทที่ 3 วิธีการดำเนินโครงการ	7
บทที่ 4 ผลการศึกษา	12
บทที่ 5 สรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะ	15
บรรณานุกรม	16
ภาคผนวก	17

บทที่ 1

บทนำ

ที่มาและความสำคัญ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง ซึ่งทุกคนต้องเรียนเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้ โดยนักเรียนส่วนใหญ่มักมีความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นเรื่องยากต่อการทำความเข้าใจ และไม่อยากศึกษาต่อ เนื่องจากคณิตศาสตร์ต้องอาศัยการคิดคำนวณ รวมไปถึงหลักการ ทฤษฎีที่มีความซับซ้อน ไม่น่าสนใจ เช่น เรขาคณิต ที่ต้องใช้ความจำ และความเข้าใจ ส่งผลให้ผู้เรียนส่วนใหญ่มองเป็นเรื่องยากและมักไม่เห็นความสำคัญ แต่ประโยชน์ของคณิตศาสตร์นั้นมีมากมาย เพราะเป็นศาสตร์ที่ทำให้ผู้เรียนเป็นคนมีตรรกะและเหตุผล รวมทั้งเป็นวิชาที่ช่วยในการพัฒนาสมอง โดยเกิดจากการฝึกคิดและคำนวณ การตั้งข้อสงสัยต่าง ๆ จนเกิดเป็นกระบวนการคิดที่สร้างสรรค์ มีลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น ซึ่งช่วยพัฒนาผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

จากการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีโจทย์ปัญหา เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ที่น่าสนใจเกี่ยวกับการหาพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยจากการสังเกตพบว่าโจทย์ปัญหาบางข้อเมื่อหาความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้แล้ว จะพบว่ารูปสามเหลี่ยมรูปนั้นมีพื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูป คณะผู้จัดทำโครงการจึงมีความสนใจที่จะศึกษาและหาเงื่อนไขเพิ่มเติมเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ที่มีความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และความยาวรอบรูป คือ มีพื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูป และสามารถนำความสัมพันธ์ไปใช้ได้จริง

จุดประสงค์

1. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ
2. เพื่อสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมนั้น

ขอบเขตของโครงการ

ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

ผลที่คาดว่าจะได้รับ

ความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ที่ส่งผลให้รูปสามเหลี่ยมรูปนั้นมีพื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูป

บทที่ 2

เอกสารที่เกี่ยวข้อง

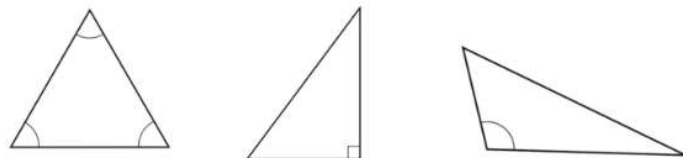
ในการดำเนินการโครงการ เรื่อง พื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม ผู้จัดทำโครงการ ได้ค้นคว้าเอกสารที่เกี่ยวข้อง โดยลำดับเนื้อหาที่เป็นสาระสำคัญ ดังนี้

1. รูปสามเหลี่ยม
2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
3. การหาความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ
4. การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมโดยใช้สูตรของเฮรอน
5. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad

โดยแต่ละหัวข้อ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

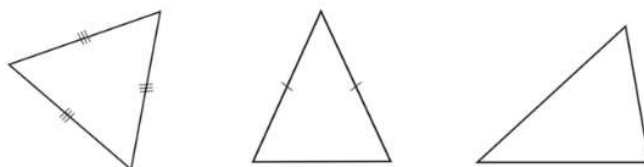
1. รูปสามเหลี่ยม

รูปสามเหลี่ยม เป็นรูปปิดที่อยู่บนระนาบ มีด้าน 3 ด้าน และมีมุม 3 มุม โดยหากจำแนกชนิดของรูปสามเหลี่ยมโดยพิจารณาจากขนาดมุม สามารถจำแนกได้ 3 ชนิด ได้แก่รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน



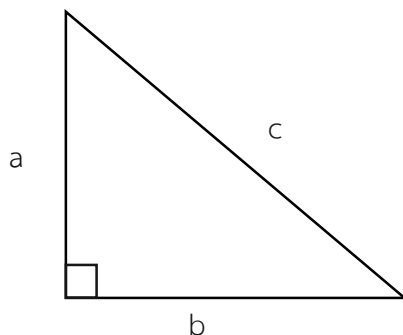
รูปที่ 1 สามเหลี่ยมมุมแหลม สามเหลี่ยมมุมฉาก และสามเหลี่ยมมุมป้าน ตามลำดับ

และหากจำแนกชนิดของรูปสามเหลี่ยมโดยพิจารณาจากความยาวของด้าน สามารถจำแนกได้ 3 ชนิด คือ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า



รูปที่ 2 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า ตามลำดับ

2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



ถ้า a , b เป็นความยาวด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสถ้ากำหนดความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาสองด้าน เราสามารถหาความยาวด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้

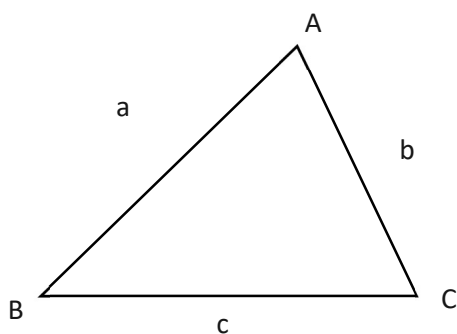
ความยาวของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ควรจำ เขียนในรูปอัตราส่วนอย่างต่ำ ได้ดังนี้

3 , 4 , 5	5 , 12 , 13	7 , 24 , 25
8 , 15 , 17	9 , 40 , 41	11 , 60 , 61
12 , 35 , 37	13 , 84 , 85	20 , 21 , 29

3. การหาความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

ความยาวรอบรูป คือ ระยะทางรวมของเส้นขอบของรูป

กำหนด รูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ



และกำหนด a , b และ c เป็นความยาวด้าน

ดังนั้น ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม $ABC = a + b + c$

4. การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมโดยใช้สูตรของเฮรอน

เฮรอนแห่งอเล็กซานเดรีย (Heron (หรือ Hero) of Alexandria ค.ศ. 10-70) ได้พบสูตรในการหาพื้นที่ ซึ่งรู้จักในชื่อ สูตรของเฮรอน (Heron's formula) คือ

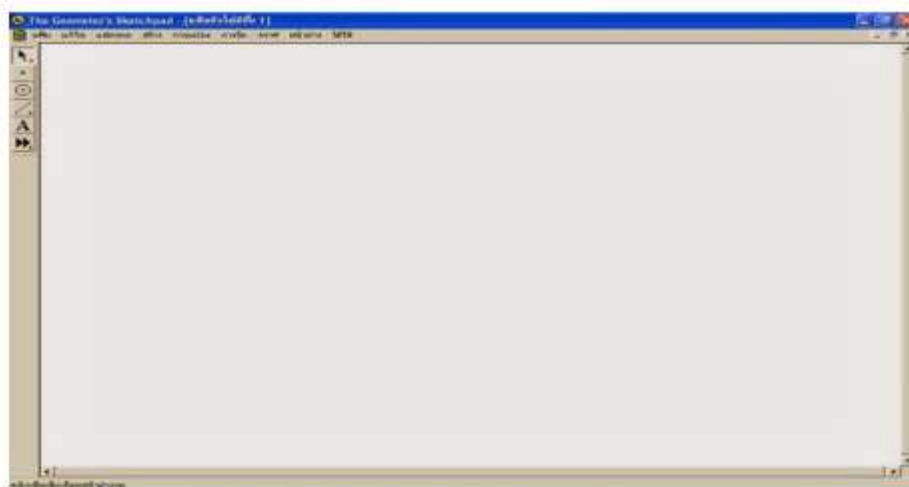
$$\text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

เมื่อ $s = \frac{a+b+c}{2}$ โดยที่ a , b และ c เป็นความยาวด้าน

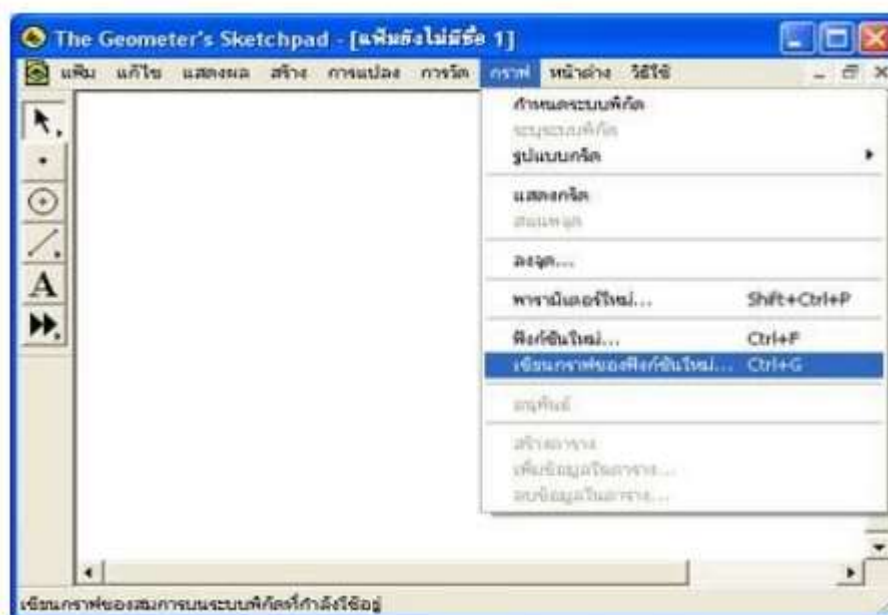
5. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นระบบซอฟต์แวร์ที่ใช้สำหรับสร้าง สืบค้น และการวิเคราะห์สิ่งต่างๆที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์หลายด้านโปรแกรม GSP เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองโดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) เป็นสื่อที่ช่วยให้ ผู้เรียนพัฒนาทักษะของการนึกภาพ (Visualization) ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) นอกจากนี้การใช้โปรแกรม GSP ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการ สาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยีเข้าด้วยกัน ทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาหุปัญญาอันได้แก่ ปัญญาทางภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และด้านศิลปะ

ส่วนประกอบของ The Geometer's Sketchpad (GSP)



แถบคำสั่ง (Menu bar)

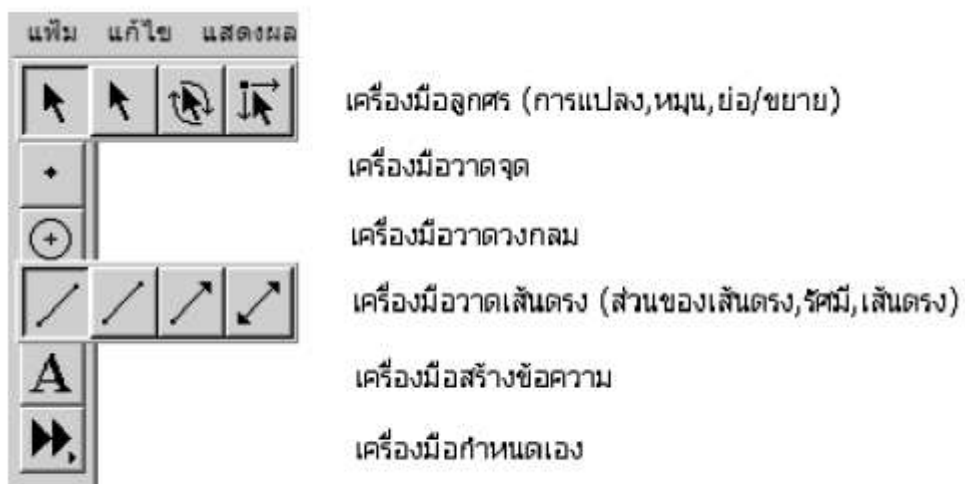


คำสั่งในเมนู Sketchpad

- ประกอบด้วย
- เมนูแฟ้ม
 - เมนูแก้ไข
 - แสดงผล
 - เมนูสร้าง
 - เมนูการแปลง
 - เมนูวัดผล
 - เมนูกราฟ

กล่องเครื่องมือ

เมื่อเริ่มต้นโปรแกรม GSP กล่องเครื่องมือจะอยู่ด้านซ้ายของหน้าจอมีทั้งหมด 6 ชนิด



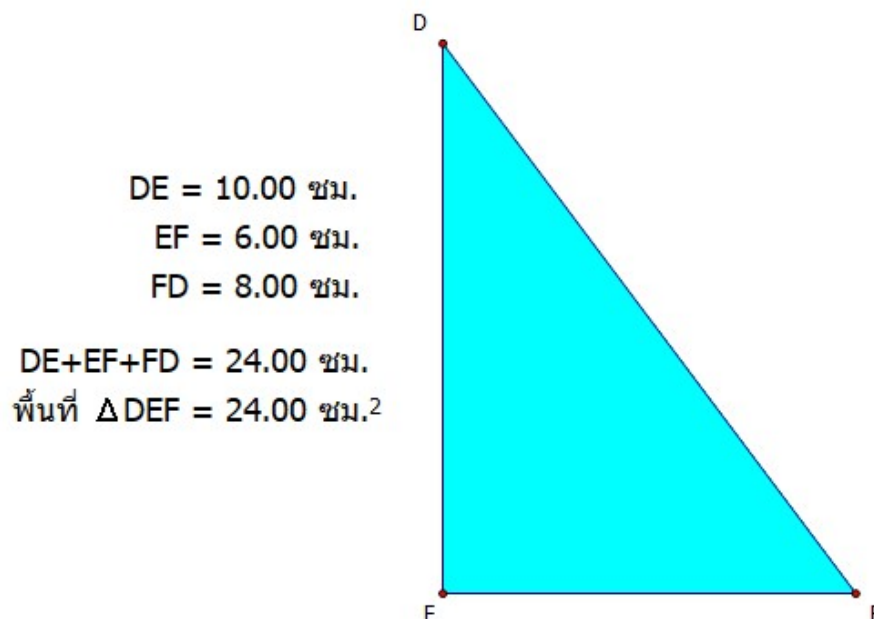
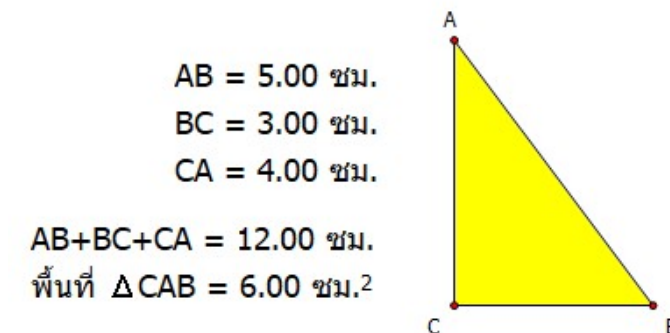
ประโยชน์การใช้โปรแกรม GSP

1. ใช้สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีปฏิสัมพันธ์ได้หลากหลายตั้งแต่การค้นหาในระดับพื้นฐานซึ่งเกี่ยวกับรูปร่างและจำนวน ไปจนถึงภาพวาดขั้นสูงที่มีความซับซ้อน และเคลื่อนไหวได้
2. ทำให้นักเรียนได้รับความรู้จากการเรียน ฝึกการใช้เวลาว่างให้เกิดประโยชน์
3. นักเรียนมีทักษะกระบวนการในการแก้ปัญหาโดยใช้ GSP
4. นักเรียนมีทักษะกระบวนการในการทำงานกลุ่ม การช่วยเหลือกัน และมีทักษะกระบวนการคิด
5. นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ในการทำงาน หรือการผลิตชิ้นงานโดยใช้ GSP และสามารถนำไปสร้างชิ้นงานได้จริง เช่น การจักสานลายต่าง ๆ โดยใช้ GSP ออกแบบ นำไปเป็นผลิตภัณฑ์สร้างรายได้ อีกทางหนึ่ง
6. นักเรียนรู้จักการบูรณาการในเรื่องต่าง ๆ เพื่อนำมาปรับใช้กับตัวเองได้

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการ

จากการสังเกตรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความยาวด้าน 3, 4 และ 5 และรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความยาวด้าน 6, 8 และ 10 โดยใช้โปรแกรม GSP ในการสร้างรูปสามเหลี่ยม หาความยาวรอบรูป และหาพื้นที่ ดังรูป



จากการหาพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม DFE จะเห็นได้ว่า พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม DFE เท่ากับ ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม DFE

ต่อมาจึงกำหนดรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ที่มีความยาวด้าน a, b, c แล้วศึกษาความสัมพันธ์ของพื้นที่และความยาวรอบรูป โดยในการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ใช้สูตร Heron ดังนี้

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \text{โดยที่ } s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

อันดับแรก พิจารณา $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$

จะได้ $2s = a+b+c$ หรือ $a+b+c = 2s \dots \dots \dots (1)$

ต้องการแสดงว่าพื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูป

จะได้ $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = 2s$

$$s(s-a)(s-b)(s-c) = 4s^2$$

$$(s-a)(s-b)(s-c) = 4s \dots \dots \dots (2)$$

ต่อมาให้ $s-a = x$, $s-b = y$ และ $s-c = z$

พิจารณา $x+y+z = (s-a) + (s-b) + (s-c)$

$$= 3s - a - b - c$$

$$= 3s - (a+b+c)$$

$$= 3s - 2s \quad \text{เพราะจากสมการ (1) } a+b+c = 2s.$$

$$= s$$

จะได้ $x+y+z = s$

นั่นคือ $4(x+y+z) = 4s \dots \dots \dots (3)$

และจากสมการ (2) $(s-a)(s-b)(s-c) = 4s$

จะได้ $xyz = 4s \dots \dots \dots (4)$

จากสมการ (3) และ (4) จะได้ $xyz = 4(x+y+z)$

ให้ x , y และ z เป็นจำนวนเต็ม สมมติโดยไม่ให้สูญเสียนัยทั่วไป จึงกำหนดให้ $x \leq y \leq z$ นั่นคือ

จัดรูปสมการเพื่อหาค่า z

$$\begin{aligned}
 \text{จาก} \quad xyz &= 4(x + y + z) \\
 z &= \frac{4(x + y + z)}{xy} \\
 &= \frac{4x + 4y + 4z}{xy} \\
 &= \frac{4x}{xy} + \frac{4y}{xy} + \frac{4z}{xy} \\
 &= \frac{4}{y} + \frac{4}{x} + \frac{4z}{xy} \\
 z - \frac{4z}{xy} &= \frac{4}{y} + \frac{4}{x} \\
 \frac{zxy - 4z}{xy} &= \frac{4}{y} + \frac{4}{x} \\
 \frac{z(xy - 4)}{xy} &= \frac{4x + xy}{xy} \\
 z(xy - 4) &= \left(\frac{4x + xy}{xy} \right) (xy) \\
 z(xy - 4) &= 4x + xy \\
 z(xy - 4) &= 4(x + xy) \\
 z &= \frac{4(x + xy)}{(xy - 4)}
 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $x \leq y \leq z$

นั่นคือ

$$\begin{aligned}
 y &\leq z \\
 y &\leq \frac{4(x + y)}{xy - 4} \\
 y(xy - 4) &\leq 4(x + y) \\
 xy^2 - 4y &\leq 4x + 4y \\
 xy^2 - 4y - 4y - 4x &\leq 0 \\
 xy^2 - 8y - 4x &\leq 0
 \end{aligned}$$

พิจารณา $xy^2 - 8y - 4x = 0$

จะได้ $a = x$, $b = -8$ และ $c = -4x$

จากสูตร $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{8 \pm 4\sqrt{(4+x^2)}}{2x}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{(4+x^2)}}{x}$$

เนื่องจาก y ต้องเป็นบวก ดังนั้น

จะได้ $y = \frac{4 + 2\sqrt{(4+x^2)}}{x}$

ดังนั้น $y \leq \frac{4 + 2\sqrt{(4+x^2)}}{x}$

กำหนดให้ x, y และ z เป็นจำนวนเต็มบวก

ให้ $x = 1$

จะได้

$$y \leq \frac{4 + 2\sqrt{(4+x^2)}}{x}$$

$$\leq \frac{4 + 2\sqrt{(4+1^2)}}{1}$$

$$\leq \frac{4 + 2\sqrt{5}}{1}$$

$$\leq 8.472$$

ดังนั้น $y = 1, 2, 3, \dots, 8$

เมื่อแทน $x = 1$ และ $y = 1, 2, 3, \dots, 8$

จะได้ (x, y, z) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข คือ $(x, y, z) = (1, 1, -2.667), (1, 2, -6), (1, 3, -16)$

$(1, 4, \text{หาค่าไม่ได้}), (1, 5, 24), (1, 6, 14), (1, 7, 10.667), (1, 8, 9)$

ให้ $x = 2$

จะได้ $y \leq 4.828$

ดังนั้น $y = 1, 2, 3, 4$

เมื่อแทน $x = 2$ และ $y = 2, 3, 4$

จะได้ $(x, y, z) = (2, 2, \text{หาค่าไม่ได้}), (2, 3, 10), (2, 4, 6)$

ดังนั้น (x, y, z) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข คือ $(2, 3, 10), (2, 4, 6)$

ให้ $x = 3$

จะได้ $y \leq 3.737$

ดังนั้น $y = 3$

เมื่อแทน $x = 3$ และ $y = 3$

จะได้ $(x, y, z) = (3, 3, 4.8)$ จึงไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข

ให้ $x = 4$

จะได้ $y \leq 3.236$ ซึ่ง $y < x$ จึงไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข

ให้ $x = 5$

จะได้ $y \leq 2.954$ ซึ่ง $y < x$ จึงไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข

พบว่า เมื่อ $x \geq 3$ จะไม่สามารถหา (x, y, z) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขได้

ดังนั้น $x = 1$ หรือ 2 จะได้ชุดของจำนวนเต็ม ดังนี้

$$(x, y, z) = (1, 5, 24), (1, 6, 8), (1, 8, 9), (2, 3, 10) \text{ และ } (2, 4, 6)$$

ซึ่งจะได้ (a, b, c) ที่สอดคล้องกับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ มีดังนี้

$$(a, b, c) = (5, 12, 13), (6, 8, 10), (6, 25, 29), (7, 15, 20) \text{ และ } (9, 10, 17)$$

บทที่ 4

ผลการดำเนินงาน

การจัดทำโครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม ปีการศึกษา 2569 คณะผู้จัดทำได้ศึกษาค้นคว้าจากแหล่งความรู้ต่าง ๆ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสามด้านของรูปสามเหลี่ยม ที่ทำให้พื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูป

จาก (x, y, z) ที่สอดคล้องตามเงื่อนไข คือ $(1, 5, 24), (1, 6, 8), (1, 8, 9), (2, 3, 10)$ และ $(2, 4, 6)$

จะได้ ความยาวด้านทั้งสามด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ที่มีพื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูป มีดังนี้

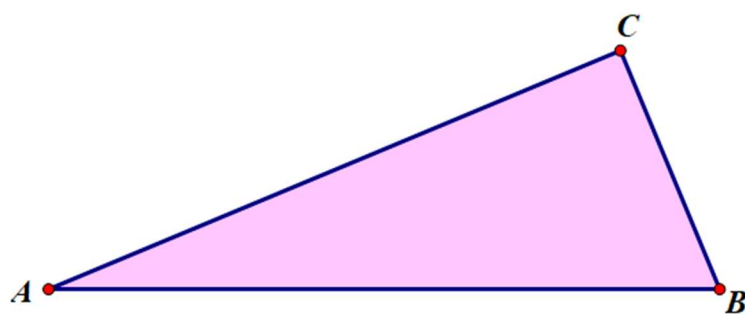
$$(a, b, c) = (5, 12, 13), (6, 8, 10), (6, 25, 29), (7, 15, 20) \text{ และ } (9, 10, 17)$$

ตารางแสดงพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมข้างต้น

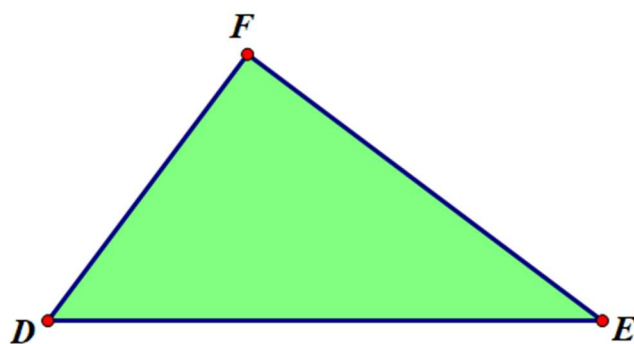
รูปที่	a	b	c	s	พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม (ตารางหน่วย)	ความยาวรอบรูปของ รูปสามเหลี่ยม(หน่วย)
1	5	12	13	15	30	30
2	6	8	10	12	24	24
3	6	25	29	30	60	60
4	7	15	20	21	42	42
5	9	10	17	18	36	36

จากความยาวด้านทั้งสามด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ข้างต้น สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมนั้นได้ตามลำดับ ดังนี้

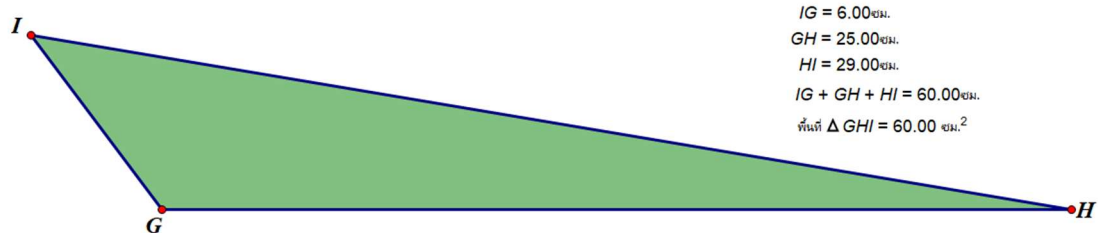
$$(a, b, c) = (5, 12, 13), (6, 8, 10), (6, 25, 29), (7, 15, 20) \text{ และ } (9, 10, 17)$$



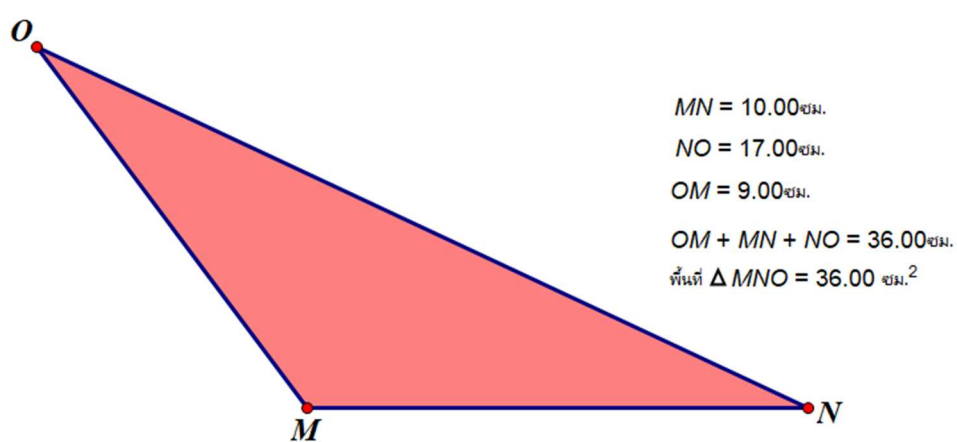
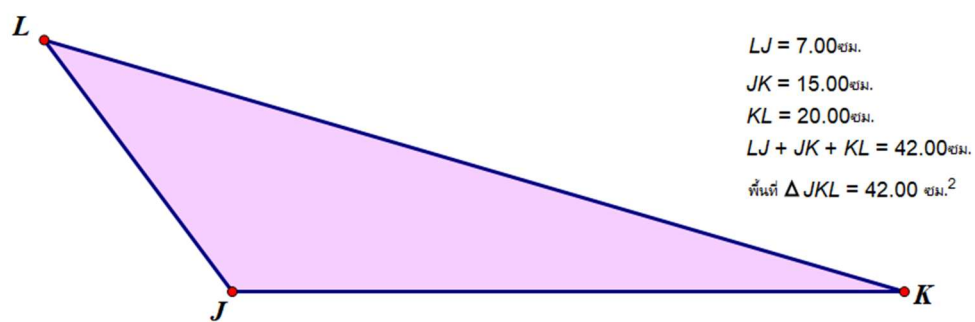
$$\begin{aligned} BC &= 5.00 \text{ ម.}, \\ CA &= 12.00 \text{ ម.}, \\ AB &= 13.00 \text{ ម.}, \\ BC + CA + AB &= 30.00 \text{ ម.}, \\ \text{ផ្ទៃ} \triangle ABC &= 30.00 \text{ ម.}^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} FD &= 6.00 \text{ ម.}, \\ EF &= 8.00 \text{ ម.}, \\ DE &= 10.00 \text{ ម.}, \\ FD + EF + DE &= 24.00 \text{ ម.}, \\ \text{ផ្ទៃ} \triangle DEF &= 24.00 \text{ ម.}^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} IG &= 6.00 \text{ ម.}, \\ GH &= 25.00 \text{ ម.}, \\ HI &= 29.00 \text{ ម.}, \\ IG + GH + HI &= 60.00 \text{ ម.}, \\ \text{ផ្ទៃ} \triangle GHI &= 60.00 \text{ ម.}^2 \end{aligned}$$



บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

สรุปผลอภิปรายผล

จากการศึกษาความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสามด้าน โดยอาศัยการสังเกตจากการหาพื้นที่ และความยาวรอบรูป โดยใช้สูตรของเฮรอนในการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม และจากการหาความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม

จะได้ความสัมพันธ์ของด้านของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีเงื่อนไขที่ได้อธิบายไว้ข้างต้น พบว่า พื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมนั้น และสามารถนำความยาวด้านทั้งสาม มาสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมนั้นได้

ข้อเสนอแนะจากการดำเนินการศึกษาในครั้งนี้และครั้งต่อไป

1. ควรศึกษาความสัมพันธ์ของด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ โดยให้ x , y และ z เป็นจำนวน

ตรรกยะ

2. ควรศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ

บรรณานุกรม

วัฒนา นิธิศติลก และ เจริญ ราคาแก้ว. (2565). *ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ* (3). พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด.

วัฒนา นิธิศติลก และ เจริญ ราคาแก้ว. (2565). *สมการกำลังสองตัวแปรเดียว* (3). พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2563). *รูปสามเหลี่ยม*. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.).

สมใจ จิตพิทักษ์ และ เสกสรรค์ คำกระบี่. (2553). สูตรเฮอร์อนสำหรับรูปสามเหลี่ยม, *วารสารมหาวิทยาลัยทักษิณ*, 13(1), 46-54.

อภิชาติ เพชรพลอย. *ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad..*
<https://krujongpanuwat.files.wordpress.com>

ภาคผนวก

ภาพประกอบกระบวนการดำเนินงาน

