



## โครงการคณิตศาสตร์

### โมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหาค่ารากที่สอง" (Square Root Visualizer)

โดย

เด็กหญิงพิชญธิดา ใจห้าว  
เด็กชายอาทิตย์ นาคสูงเนิน  
เด็กหญิงชญานินทร์ หมั่นเพียร

ครูที่ปรึกษา

ครูอรอุมา เกษรสิทธิ์  
ครูนุสรา ไล่สมัน

โครงการคณิตศาสตร์ ประเภทบูรณาการระดับมัธยมศึกษา ช่วงชั้นที่ 3

ปีการศึกษา 2569

โรงเรียนจลองรัฐราษฎร์อุทิศ

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา นครศรีธรรมราช

|                     |                                                                                     |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| ชื่อเรื่อง          | โมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหารากที่สอง" (Square Root Visualizer) ก         |
| ประเภทโครงการ       | บูรณาการความรู้ในคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้                                            |
| ผู้จัดทำ            | เด็กหญิงพิชญธิดา ใจห้าว<br>เด็กหญิงชญานินท์ หมั่นเพียร<br>เด็กชายอาทิตย์ นาคสูงเนิน |
| ครูที่ปรึกษาโครงการ | นางอรอุมา เกษรสิทธิ์<br>นางสาวนุสรา ไส้สมัน                                         |
| ปีการศึกษา          | 2569                                                                                |

## บทคัดย่อ

การจัดทำโครงการคณิตศาสตร์เรื่อง โมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหารากที่สอง" (Square Root Visualizer) มีจุดประสงค์เพื่อ 1. เพื่อประดิษฐ์สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์เชิงรูปธรรมที่ผลิตจากวัสดุรีไซเคิล (ฝาขวดน้ำ) สำหรับประกอบการเรียนรู้เรื่อง รากที่สอง 2. เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจนิยามทางเรขาคณิตของรากที่สองผ่านการจัดเรียงพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 3. เพื่อเป็นเครื่องมือช่วยในการฝึกทักษะการประมาณค่ารากที่สองที่ถอดรากไม่ลงตัวให้เห็นภาพเชิงประจักษ์

ผลการดำเนินการ พบว่า ในการจัดทำโครงการโมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหารากที่สอง" (Square Root Visualizer) จากการนำฝาขวดน้ำมาประดิษฐ์โมเดลตารางในการเรียนรู้เรื่องการหารากที่สองทำให้นักเรียนเห็นภาพชัดเจนขึ้น ทำให้นักเรียนเข้าใจความหมายของรากที่สอง รากที่สองของจำนวนจริงใดเป็นจำนวนตรรกยะ รากที่สองของจำนวนจริงใดเป็นจำนวนอตรรกยะ และสามารถหาค่าของรากที่สองที่เป็นจำนวนตรรกยะ และประมาณค่าเป็นทศนิยม 1 ตำแหน่ง 2 ตำแหน่งของรากที่สองที่เป็นจำนวนอตรรกยะได้

## กิตติกรรมประกาศ

โครงการคณิตศาสตร์เรื่อง โมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหารากที่สอง" (Square Root Visualizer) ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ด้วยความกรุณาของ นายสมเจตน์ ไชยเมือง ผู้อำนวยการโรงเรียน  
ฉลองรัฐราษฎร์อุทิศ และนายณภัทร เอ็งศิริ รองผู้อำนวยการโรงเรียนที่ให้การสนับสนุนการจัดทำโครงการ

ขอขอบคุณครูอรอุมา เกษรสิทธิ์ และครูณุสรรา โส้สมัน ครูที่ปรึกษาโครงการที่ให้คำแนะนำและ  
ช่วยเหลือ ชี้แนะแก้ไขข้อบกพร่อง จนโครงการสำเร็จได้ด้วยดี

ขอบคุณพ่อแม่ที่คอยเป็นกำลังใจและให้โอกาสตลอดมา

คณะผู้จัดทำ

## สารบัญ

| เรื่อง                            | หน้า |
|-----------------------------------|------|
| บทคัดย่อ                          | ก    |
| กิตติกรรมประกาศ                   | ข    |
| สารบัญ                            | ค    |
| บทที่ 1 บทนำ                      | 1    |
| ที่มาและความสำคัญของโครงการ       | 1    |
| วัตถุประสงค์ของโครงการ            | 1    |
| ความรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์          | 1    |
| ขอบเขตการศึกษา                    | 1    |
| สถานที่ศึกษา                      | 1    |
| ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ         | 1    |
| บทที่ 2 เอกสารที่เกี่ยวข้อง       | 3    |
| บทที่ 3 การดำเนินการ              | 9    |
| บทที่ 4 ผลการดำเนินการ            | 12   |
| บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล ข้อเสนอแนะ | 16   |
| บรรณานุกรม                        | 17   |

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1. ที่มาและความสำคัญของโครงการ

วิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นเป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นการต่อยอดจากระดับประถมสู่รูปแบบที่เป็นนามธรรมเพิ่มมากขึ้น เช่น เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง "จำนวนจริง" ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเฉพาะเรื่องการหาและการถอดรากที่สอง มักเป็นหัวข้อที่นักเรียนส่วนใหญ่ประสบปัญหาในการทำความเข้าใจ เนื่องจากวิธีการเรียนการสอนในชั้นเรียนมักมุ่งเน้นไปที่ทักษะการคำนวณ เช่น การแยกตัวประกอบ หรือการตั้งหารยาว ซึ่งเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมสูง ส่งผลให้นักเรียนขาดความเข้าใจในเนื้อหา จำกัความ แนวคิดของ "รากที่สอง" และไม่สามารถเชื่อมโยงได้ว่า "รากที่สอง" มีความหมายทางเรขาคณิตหรือมีความสัมพันธ์กับโลกความเป็นจริงอย่างไร

จากปัญหาดังกล่าว คณะผู้จัดทำจึงได้จัดทำโครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง โมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส หาค่ารากที่สอง" (Square Root Visualizer) โดยการนำวัสดุเหลือใช้ในท้องถิ่นอย่าง "ฝาขวดน้ำดื่ม" ซึ่งเป็นทรงกลมคงรูปและมีขนาดเท่ากัน มาใช้เป็นตัวแทนหน่วยของพื้นที่เพื่อสร้างแบบจำลองทางเรขาคณิตเชิงรูปธรรม เพื่ออธิบายเรื่อง "รากที่สอง" ให้เห็นภาพ สื่อชิ้นนี้จะช่วยให้นักเรียนสามารถแปลงค่าของจำนวนเต็มให้กลายเป็นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่สัมผัสได้จริง นำไปสู่ความเข้าใจที่ยั่งยืนเกี่ยวกับนิยามของรากที่สอง ตลอดจนการประมาณค่ารากที่สองของจำนวนที่ถอดรากไม่ลงตัว (จำนวนอตรรกยะ) ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

### 2. วัตถุประสงค์ของโครงการ

1. เพื่อประดิษฐ์สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์เชิงรูปธรรมที่ผลิตจากวัสดุรีไซเคิล (ฝาขวดน้ำ) สำหรับประกอบการเรียนเรื่อง รากที่สอง
2. เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจนิยามทางเรขาคณิตของรากที่สองผ่านการจัดเรียงพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
3. เพื่อเป็นเครื่องมือช่วยในการฝึกทักษะการประมาณค่ารากที่สองที่ถอดรากไม่ลงตัวให้เห็นภาพเชิงประจักษ์

### 3. ความรู้/เนื้อหาคณิตศาสตร์

1. จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ
2. รากที่สอง
3. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

### 4. ขอบเขตการศึกษา

1. แบบจำลองการหาค่ารากที่สองของจำนวนที่ถอดรากได้และถอดรากไม่ได้ที่สร้างขึ้นสำหรับนักเรียนโรงเรียนฉลองรัฐราษฎร์อุทิศ

### 5. สถานที่ศึกษา

โรงเรียนฉลองรัฐราษฎร์อุทิศ

### 6. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้สื่อจำลองการเรียนรู้เรื่อง "รากที่สอง" จากฝาขวดน้ำ

2. ได้ฝึกทักษะการประมาณค่า
3. เข้าใจนิยามของรากที่สองมากขึ้น

## บทที่ 2

### เอกสารที่เกี่ยวข้อง

ในการทำโครงงาน โมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหาค่ารากที่สอง" (Square Root Visualizer) ในครั้งนี้ ผู้จัดทำได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. จำนวนจริง
2. จำนวนตรรกยะ
3. จำนวนอตรรกยะ
4. รากที่สอง
5. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

#### 1. จำนวนจริง (Real Number)

ในทางคณิตศาสตร์ **จำนวนจริง** คือจำนวนที่มีลักษณะเป็นปริมาณที่สามารถแสดงให้เห็นภาพด้วยจุดบนเส้นตรงที่มีความยาวไม่สิ้นสุด (เส้นจำนวน) ได้ จำนวนจริงทั้งหมดประกอบด้วยจำนวนตรรกยะ (จำนวนเต็ม เช่น 4, 0, -2048 และเศษส่วน เช่น  $\frac{3}{4}$ ) เช่น  $\sqrt{2}$  หรือ  $\pi$  จำนวนจริงสามารถเขียนออกมาได้ในรูปของทศนิยมที่อาจไม่รู้จบ

เซตของจำนวนจริงมีสัญลักษณ์ที่นิยมใช้แทนคือ  $\mathbb{R}$  หรือ  $\mathbb{R}^+$  ซึ่งเซตของจำนวนจริงนี้มีลักษณะเป็นเซตอนันต์ที่นับไม่ได้ จำนวนจริงเป็นศูนย์กลางการศึกษาในสาขาการวิเคราะห์เชิงจริง (real analysis)

จำนวนจริงแทนปริมาณที่ต่อเนื่องกัน โดยทฤษฎีอาจแทนได้ด้วยทศนิยมไม่รู้จบ และมักจะเขียนในรูป เช่น 324.823211247 ... ซึ่ง จุดสามจุด แทนความหมายว่ายังมีหลักต่อ ๆ ไปอีก ไม่ว่าจะยาวเพียงใดก็ตาม (<https://th.wikipedia.org/wiki/จำนวนจริง>)

ในทางคณิตศาสตร์จำนวนจริงคือจำนวนที่สามารถใช้วัดปริมาณต่อเนื่องหนึ่งมิติ เช่น ความยาวระยะเวลา หรืออุณหภูมิ โดยคำว่า ต่อเนื่องหมายความว่าค่าแต่ละคู่สามารถมีความแตกต่างกันได้น้อยมากจำนวนจริงทุกจำนวนสามารถแสดงได้เกือบเฉพาะตัวด้วยการขยายทศนิยมนอนันต์

จำนวนจริงเป็นพื้นฐานในแคลคูลัสและในสาขาคณิตศาสตร์อื่นๆ อีกมากมาย โดยเฉพาะอย่างยิ่งในบทบาทของจำนวนจริงในนิยามคลาสสิกของลิมิตความต่อเนื่องและอนุพันธ์

เซตของจำนวนจริง ซึ่งบางครั้งเรียกว่า "จำนวนจริง" มักจะเขียนแทนด้วยตัวอักษร  $\mathbb{R}$  ตัวหนา หรือตัวหนาแบบ กระดานดำอาร์ .

คำคุณศัพท์ "จริง" ซึ่ง เรเน่ เดส์การ์ตใช้ในศตวรรษที่ 17 ใช้เพื่อแยกแยะจำนวนจริงออกจากจำนวนจินตนาการเช่นรากที่สองของจำนวนลบ

จำนวนจริงประกอบด้วยจำนวนตรรกยะเช่นจำนวนเต็ม -5 และเศษส่วน  $\frac{4}{3}$  จำนวนจริงที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะเรียกว่าจำนวนอตรรกยะจำนวนจริงที่เป็นรากของ พหุนาม ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนตรรกยะเรียกว่าจำนวนพีชคณิตซึ่งรวมถึงจำนวนตรรกยะทั้งหมดและจำนวนอตรรกยะ เช่น  $\sqrt{2} = 1.414...$  จำนวนจริงอื่นๆ เช่น  $\pi = 3.1415...$  ไม่ใช่รากของพหุนาม เหล่านี้คือจำนวนอดิศัย

จำนวนจริงสามารถมองได้ว่าเป็นจุดบนเส้นตรงที่เรียกว่าเส้นจำนวนหรือเส้นจำนวนจริงซึ่งจุดที่สอดคล้องกับจำนวนเต็ม ( ..., -2, -1, 0, 1, 2, ... ) อยู่ห่างกันอย่างเท่าๆ กัน

คำอธิบายอย่างไม่เป็นทางการข้างต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงนั้นไม่เพียงพอสำหรับการให้เหตุผลอย่างเข้มงวดเกี่ยวกับจำนวนจริง การพัฒนานิยามที่เป็นทางการที่เหมาะสมถือเป็นความสำเร็จครั้งสำคัญของคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 19 และเป็นรากฐานของการวิเคราะห์เชิงจริงซึ่งเป็นการศึกษาฟังก์ชันจริงและลำดับค่าจริง นิยามเชิงสัจพจน์สมัยใหม่ประการหนึ่งคือ จำนวนจริงประกอบ กันเป็น พิลด์เรียงลำดับที่สมบูรณ์แบบของเดเดคินด์ที่ไม่ซ้ำกัน ( จนถึงไอโซมอร์ฟิซึม ) นิยามอื่นๆ ที่ใช้กันทั่วไปของจำนวนจริง ได้แก่ชั้นสมมูลของลำดับโคซี (ของจำนวนตรรกยะ) การตัดของเดเดคินด์และการแสดงแทนทศนิยม อนันต์ นิยามทั้งหมดเหล่านี้เป็นไปตามนิยามเชิงสัจพจน์และจึงเทียบเท่ากัน ([https://en.wikipedia.org/wiki/Real\\_number](https://en.wikipedia.org/wiki/Real_number))

จำนวนจริงคืออะไร ?

ในทางคณิตศาสตร์ จำนวนจริงคือจำนวนที่สามารถเขียนแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ และจุดใด ๆ แต่ละจุดบนเส้นจำนวนจะแทนจำนวนจริงจำนวนหนึ่ง ซึ่งอาจเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะก็ได้ ดังนั้นเราจึงเรียกเส้นจำนวนนั้นว่า **เส้นจำนวนจริง (real number line หรือ real line)**

การบวกและการคูณของจำนวนจริง มีสมบัติที่สำคัญเช่นเดียวกับสมบัติการบวกและการคูณของจำนวนเต็มที่เราเคยมาแล้ว คือ สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ สมบัติการแจกแจง สมบัติของหนึ่งและศูนย์ จำนวนที่เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ เรียกรวมกันว่า จำนวนจริง (Real Number)

## 2. จำนวนตรรกยะ (Rational number)

จากที่เราได้รู้แล้วว่าจำนวนจริงคือจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ พิจารณาน้องมารู้จักจำนวนตรรกยะก่อนเลย ซึ่งจำนวนตรรกยะมีนิยามดังนี้

### บทนิยาม

จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน  $\frac{a}{b}$

เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มที่  $b \neq 0$

ตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ

- จำนวนตรรกยะที่เป็นจำนวนเต็ม ได้แก่
  - จำนวนเต็มบวก เช่น 1,25,148,1059,20578
  - จำนวนเต็มลบ เช่น  $-1, -30, -157, -5490, -100000$
  - ศูนย์ (0)
- จำนวนตรรกยะที่อยู่ในรูปของเศษส่วน เช่น  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{9}, \frac{5}{11}, \frac{7}{12}, \frac{9}{20}, \frac{7}{40}, \frac{11}{25}$

เรายังสามารถเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปของทศนิยมซ้ำได้อีกด้วย ได้แก่

- $\frac{11}{25} = 0.44000 \dots = 0.44$  (ทศนิยมซ้ำศูนย์)
- $\frac{5}{11} = 0.454545 \dots = 0.\dot{4}5$  (ทศนิยมไม่ซ้ำศูนย์)

## 3. จำนวนอตรรกยะ (Irrational number)

ในระบบจำนวนจริงอาจมีบางจำนวนที่ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเศษส่วนหรือทศนิยมซ้ำได้ เราจึงเรียกจำนวนเหล่านี้ว่าจำนวนอตรรกยะนั่นเอง

บทนิยาม

จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วน  $\frac{a}{b}$

เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มที่  $b \neq 0$  ได้

ตัวอย่างของจำนวนอตรรกยะ

- จำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ เช่น  $\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, \sqrt[3]{2}$
- ทศนิยมไม่รู้จบแบบไม่ซ้ำ เช่น  $0.19478 \dots, 51.1245 \dots, 697.215486 \dots$
- ค่าคงที่ทางคณิตศาสตร์บางค่า เช่น  $\pi$

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ

1.  $\sqrt{5}$

ตอบ เป็นจำนวนอตรรกยะ เพราะ  $\sqrt{5} = 2.236067 \dots$

เป็นทศนิยมไม่รู้จบแบบไม่ซ้ำจึงไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

2.  $\frac{22}{7}$

ตอบ เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ  $\frac{22}{7}$  เป็นจำนวนที่อยู่ในรูปของเศษส่วน

3.  $5.231231213312 \dots$

ตอบ เป็นจำนวนอตรรกยะ เพราะ  $5.231231213312 \dots$

เป็นทศนิยมไม่รู้จบแบบไม่ซ้ำจึงไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

4.  $-1.2343434 \dots$

ตอบ เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ  $-1.2343434 \dots$

เป็นทศนิยมซ้ำซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

5.  $2\frac{3}{5}$

ตอบ เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ  $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$  เป็นจำนวนที่อยู่ในรูปของเศษส่วน

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเป็นเท็จ

1. จำนวนที่ไม่ได้เขียนในรูปเศษส่วนที่เป็นจำนวนเต็มส่วนด้วยจำนวนเต็ม ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ

ตอบ เป็นจริง เพราะจำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนที่เป็นจำนวนเต็มส่วนด้วยจำนวนเต็มคือจำนวนอตรรกยะนั่นเอง

2. จำนวนอตรรกยะสามารถแทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวน

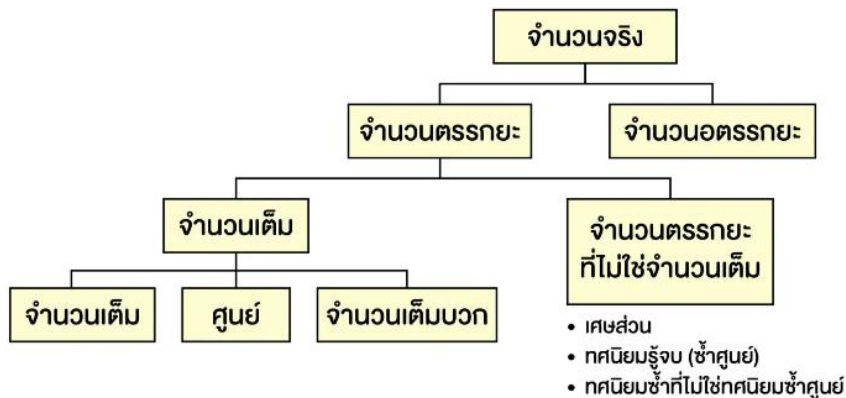
ตอบ เป็นจริง เพราะจำนวนอตรรกยะเป็นส่วนหนึ่งของจำนวนจริงซึ่งสามารถเขียนแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้

3. สามารถบอกได้ว่าระหว่าง 1 และ 3 มีจำนวนตรรกยะกี่จำนวน

ตอบ เป็นเท็จ เพราะจำนวนตรรกยะไม่ได้มีจำนวนเต็มเพียงอย่างเดียว ยังมีจำนวนที่อยู่ในรูปเศษส่วนหรือทศนิยมซ้ำอีกซึ่งไม่สามารถนับจำนวนได้

4. ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับศูนย์ แล้วทั้ง  $\frac{a}{b}$  และ  $\frac{b}{a}$  ต่างก็เป็นจำนวนตรรกยะ

ตอบ เป็นจริง เพราะทั้ง  $\frac{a}{b}$  และ  $\frac{b}{a}$  ต่างก็เป็นเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์นั่นเอง



#### 4. รากที่สอง

ความหมายของรากที่สอง

รากที่สองของจำนวนจริงใด ๆ จะมีนิยามดังนี้

นิยาม

ให้  $a$  แทนจำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่เป็นลบ รากที่สอง (square root) ของ  $a$  คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้  $a$

เราสามารถหารากที่สองของจำนวนจริงบวกใด ๆ โดยใช้นิยามได้ดังนี้

- 2 เป็นรากที่สองของ 4 เพราะว่า  $2^2 = 4$
- $-2$  เป็นรากที่สองของ 4 เพราะว่า  $(-2)^2 = 4$
- 4 เป็นรากที่สองของ 16 เพราะว่า  $4^2 = 16$
- $-4$  เป็นรากที่สองของ 16 เพราะว่า  $(-4)^2 = 16$

หรือเราอาจกล่าวได้ว่ารากที่สองของ 4 ได้แก่ 2,  $-2$  และรากที่สองของ 16 ได้แก่ 4,  $-4$

จะเห็นว่าถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงบวก รากที่สองของ  $a$  มีสองรากคือ รากที่เป็นบวกซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\sqrt{a}$  และรากที่เป็นลบซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $-\sqrt{a}$

กรณีที่สองคือรากที่สองที่เป็นบวก ดังนั้นกรณีที่สองจะมีเพียงหนึ่งคำตอบเท่านั้น และใช้สัญลักษณ์  $\sqrt{\quad}$

ตัวอย่างเช่น กรณีที่สองของ 25 หรือ  $\sqrt{25}$  มีค่าเท่ากับ 5

ส่วนรากที่สองของ 25 ได้แก่  $\sqrt{25} = 5$  และ  $-\sqrt{25} = -5$

#### การหารากที่สอง

การหารากที่สองของจำนวนจริงสามารถทำได้หลายวิธี โดยขั้น ม.2 เราจะเน้นการหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบเท่านั้น ส่วนวิธีอื่น ๆ จะได้เรียนในระดับชั้นที่สูงกว่านี้

ตัวอย่างที่ 3 จงหารากที่สองของจำนวนต่อไปนี้

1. 1225

วิธีทำ จาก  $1225 = 5 \times 5 \times 7 \times 7$

$$= (5 \times 7)^2$$

$$= 35^2$$

ดังนั้น รากที่สองของ 1225 คือ 35 และ  $-35$

2. 900

วิธีทำ จาก  $900 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

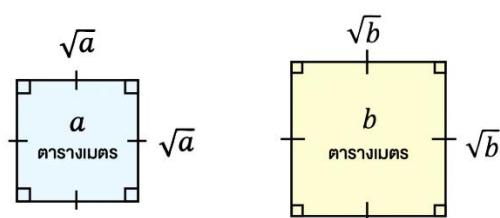
$$= (2 \times 3 \times 5)^2$$

$$= 30^2$$

ดังนั้น รากที่สองของ 900 คือ 30 และ  $-30$

การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สอง

**การเปรียบเทียบจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ที่สอง**



จากรูปจะเห็นว่าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เล็กกว่าอีกรูปหนึ่ง จะมีความยาวด้านของรูปที่มีพื้นที่เล็กกว่าก็จะสั้นกว่าอีกรูปหนึ่งไปด้วย ดังนั้น ถ้าเราเทียบพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งได้ว่า  $a < b$  ก็จะสามารถสรุปความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสองรูปได้ว่า  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$  ด้วย

**สมบัติ**

กำหนดให้  $a > 0, b > 0$

- ถ้า  $a < b$  แล้ว  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$
- $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

**ตัวอย่างที่ 4**  $\sqrt{10}$  และ  $\sqrt{9.5}$  จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน

วิธีทำ จากสมบัติ ถ้า  $a > 0, b > 0$  และ  $a < b$  แล้ว  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

และ  $10 > 9.5$

ดังนั้น  $\sqrt{10}$  มีค่ามากกว่า  $\sqrt{9.5}$  (<https://www.smartmathpro.com/article/real-numbers-m2/>)

## 5. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือรูปเรขาคณิตที่มีด้าน 4 ด้านยาวเท่ากันทุกด้านและมุมภายในทุกมุมเป็นมุมฉาก ( $90^\circ$ ) คุณสมบัติเด่นคือด้านตรงข้ามขนานกัน เส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน และตัดกันเป็นมุมฉาก

### ลักษณะสำคัญของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

- ด้าน: มีด้าน 4 ด้านยาวเท่ากัน (a)
- มุม: มุมภายในทุกมุมเป็นมุมฉาก
- เส้นทแยงมุม: ยาวเท่ากัน แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน และตัดกันเป็นมุมฉากที่จุดกึ่งกลาง
- แกนสมมาตร: มีแกนสมมาตรมากถึง 4 แกน

### สูตรการคำนวณ

กำหนดให้ a คือความยาวของด้าน

- พื้นที่ =  $a \times a = a^2$  ตารางหน่วย
- เส้นรอบรูป =  $4 \times a$  หน่วย

(<https://www.google.com/search>)

### 6. โมเดลคณิตศาสตร์

**โมเดลคณิตศาสตร์ (Mathematical Model)** คือการจำลองปัญหาหรือระบบในโลกความจริงให้อยู่ในรูปของภาษาคณิตศาสตร์ เช่น สมการ กราฟ หรือฟังก์ชัน เพื่อใช้วิเคราะห์ อธิบายพฤติกรรม และทำนายผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นในอนาคตได้อย่างแม่นยำ

### ประเภทของโมเดลคณิตศาสตร์หลักๆ

#### 1. โมเดลสมการเชิงเส้น (Linear Models):

ใช้จำลองความสัมพันธ์ที่มีอัตราการเปลี่ยนแปลงคงที่ เช่น  $y = a + bx$

#### 2. โมเดลการเติบโตและการสลายตัว (Exponential Models):

ใช้อธิบายการเพิ่มขึ้นหรือลดลงแบบทวีคูณ เช่น การเติบโตของแบคทีเรียหรือการลดลงของสารกัมมันตรังสี ด้วยสมการ  $y_1 = y_0 e^{kt}$

#### 3. โมเดลความน่าจะเป็น (Probabilistic Models):

ใช้ประเมินโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ต่างๆ โดยอาศัยสถิติ เช่น การพยากรณ์อากาศ

(<https://www.google.com/search>)

Math model (Mathematical Model) หรือ **ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์** คือ การใช้สัญลักษณ์ สมการ ฟังก์ชัน หรือตรรกะทางคณิตศาสตร์มาเป็นตัวแทนเพื่ออธิบายจำลองสถานการณ์ ปรากฏการณ์ หรือปัญหาในโลกความเป็นจริง ช่วยให้เรานำมาวิเคราะห์ ทำความเข้าใจ และทำนายสิ่งที่เกิดขึ้นได้อย่างเป็นรูปธรรม

### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินการ

การทำโครงการเรื่องโมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหารากที่สอง" (Square Root Visualizer) ในครั้งนี้ คณะผู้จัดทำได้ดำเนินการ ดังนี้

#### 1. วัสดุอุปกรณ์และขั้นตอนการจัดทำ

##### 1. วัสดุอุปกรณ์

1) ฝาขวดน้ำดื่มรีไซเคิลที่มีขนาดและรูปร่างเท่ากัน จำนวน 50 - 100 ฝา



2) กระดานกริดฐาน (Grid Board) ทำจากฟิวเจอร์บอร์ด ขนาดประมาณ 35 x 35 เซนติเมตร

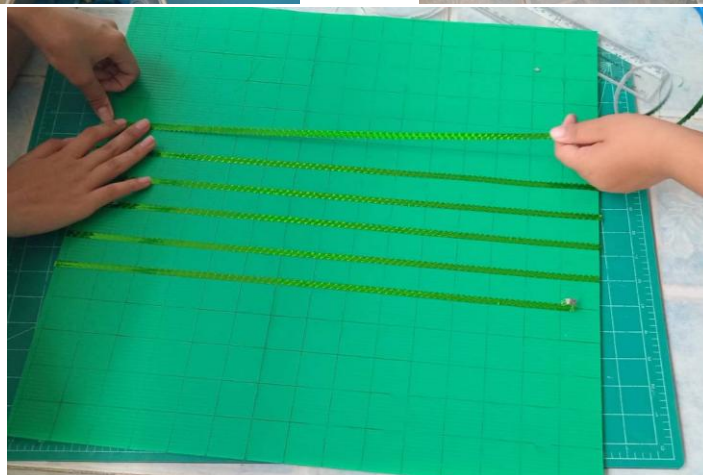


3) เทปกาวสองหน้าแบบหนา สำหรับติดฝาขวดน้ำ (เพื่อความสะดวกในการยึดติดและดึงออก)

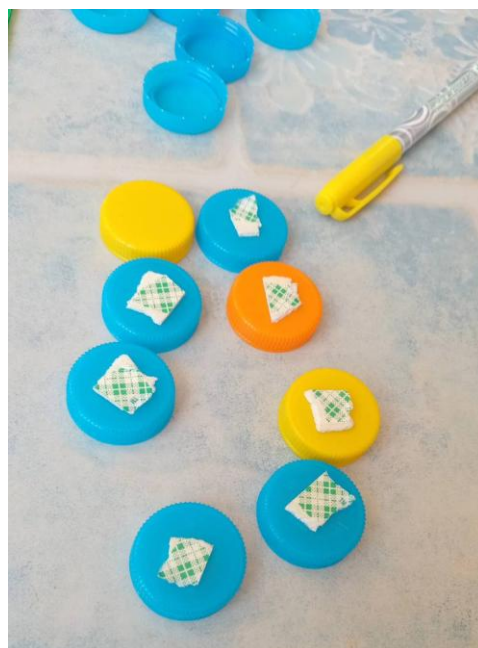


## 2. ขั้นตอนการจัดทำ

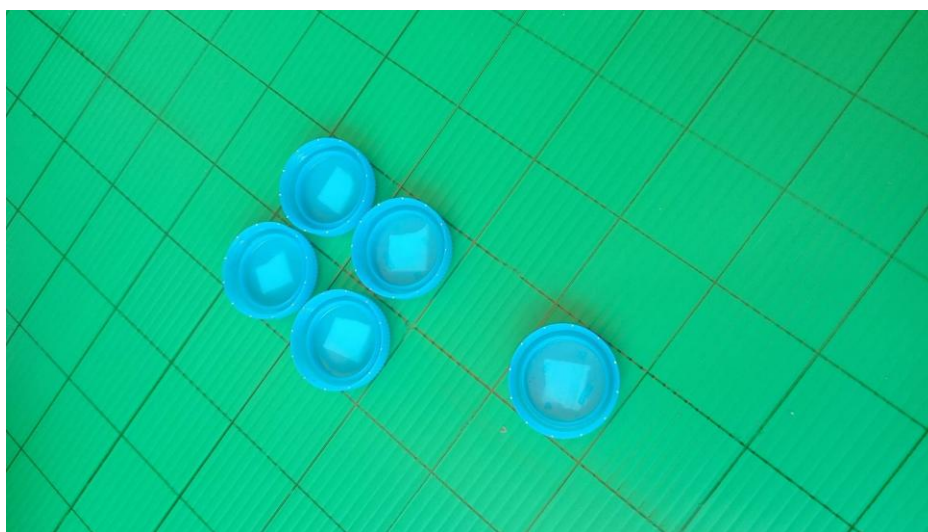
1) เตรียมกระดานฐานโดยนำฟิวเจอร์บอร์ดมาตีตารางกริด (Grid) เป็นช่องจัดรูสขนาด 3.2 x 3.2 พอดีกับเส้นผ่านศูนย์กลางของฝาขวดน้ำ ได้ตารางขนาด 10 x 10 ช่อง



2) ทำความสะอาดฝาขวดน้ำดื่มทั้งหมด จากนั้นติดกาวยสองหน้าขนาดเล็กไว้ที่ใต้ก้นฝาขวดทุกฝา เพื่อให้สามารถนำไปแปะและจัดเรียงบนกระดานฐานได้อย่างมั่นคง



4) ตรวจสอบความแม่นยำของโมเดล โดยการทดลองจัดเรียงฝาขวดน้ำให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดต่างๆ



## บทที่ 4

### ผลการดำเนินการ

จากการทำโครงการคณิตศาสตร์ เรื่องโมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหาค่ารากที่สอง" (Square Root Visualizer) ตามขั้นตอนต่าง ๆ ในครั้งนี้ ผู้จัดทำได้นำเสนอผลการดำเนินการ 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการสร้างโมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหาค่ารากที่สอง" (Square Root Visualizer)

ตอนที่ 2 ผลการทดลองใช้โมเดลตาราง

#### ตอนที่ 1 ผลการสร้างโมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหาค่ารากที่สอง" (Square Root Visualizer)

การสร้างโมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหาค่ารากที่สอง" มีหลักการทางคณิตศาสตร์และแนวคิดของโครงการดังนี้

สื่อสิ่งประดิษฐ์ชิ้นนี้อาศัยความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิต โดยกำหนดนิยามร่วมกัน ดังนี้

- จำนวนผาขวตน้ำทั้งหมดที่นำมาใช้แทนค่า "พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ( $x$ )"

- จำนวนผาขวตน้ำในแต่ละด้าน (กว้างหรือยาว) แทนค่า "รากที่สองของพื้นที่ ( $\sqrt{x}$ )"

เนื่องจากคุณสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือ ด้านทุกด้านต้องยาวเท่ากัน (พื้นที่ = ด้าน $\times$ ด้าน หรือ  $x=a^2$ ) ดังนั้น การหาความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เท่ากับ  $x$  หน่วย จึงมีความหมายตรงกับการหาค่าของ  $\sqrt{x}$  นั่นเอง

#### วิธีการใช้งานการเรียนรู้

ผู้เรียนสามารถใช้โมเดลตารางนี้ในการศึกษาโครงสร้างของรากที่สองได้ใน 2 สถานการณ์หลัก ดังนี้:

**สถานการณ์ที่ 1:** การหาตัวเลขที่ถอดรากที่สองได้ลงตัว (Perfect Square)

**โจทย์ตัวอย่าง:** จงหาค่าของ  $\sqrt{16}$

**วิธีการทดลอง :** ให้ผู้เรียนหยิบผาขวตน้ำมาจำนวน 16 ผา แล้วทดลองจัดเรียงผาขวตน้ำทั้งหมดบนกระดานกริด ให้กลายเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่สมบูรณ์ (ห้ามเหลือเศษ และห้ามขาดขอบ)

**ผลลัพธ์และการสรุป:** ผู้เรียนจะพบว่าสามารถจัดเรียงผาขวตน้ำได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $4 \times 4$ พอดีเป๊ะ เมื่อนับจำนวนผาขวตตามความยาวด้านใดด้านหนึ่ง จะนับได้ 4 ผา ทำให้ผู้เรียนสรุปได้ด้วยตนเองจากภาพที่เห็นว่า  $\sqrt{16} = 4$  เนื่องจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ 16 หน่วย จะมีความยาวด้านละ 4 หน่วย

**สถานการณ์ที่ 2:** การประมาณค่าของรากที่สองที่ถอดไม่ลงตัว (Irrational Number)

**โจทย์ตัวอย่าง:** จงหาค่าและประมาณค่าของ  $\sqrt{10}$

**วิธีการทดลอง :** ให้ผู้เรียนหยิบผาขวตน้ำมาจำนวน 10 ผา แล้วทดลองจัดเรียงให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่สมบูรณ์ที่สุด

**ผลลัพธ์และการสรุป:** ผู้เรียนจะพบปัญหาว่าไม่สามารถจัดเรียงผาขวต 10 ผาให้เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ลงตัวได้โดยมีกรณีที่เกิดขึ้นคือ:

- หากเรียงเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $3 \times 3$  จะใช้ผาขวตไป 9 ผา และเหลือเศษ 1 ผา (พื้นที่ไม่พอสำหรับด้านถัดไป)

- หากต้องการขยับพื้นที่ขึ้นไปเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $4 \times 4$  จะต้องใช้ฝาขาวถึง 16 ฝา ซึ่งฝาขาวน้ำที่มีอยู่ 10 ฝานั้นไม่เพียงพอ

จากสถานการณ์นี้ โมเดลจะแสดงให้เห็นเชิงประจักษ์ทันทีว่า พื้นที่ขนาด 10 หน่วย มีขนาดกึ่งกลางอยู่ระหว่างสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 3 หน่วย (พื้นที่ 9) และสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 4 หน่วย (พื้นที่ 16) ดังนั้น ค่าของ  $\sqrt{10}$  จะต้องเป็นทศนิยมที่ไม่ลงตัว และมีค่าอยู่ระหว่าง 3 กับ 4 แน่นนอน และเนื่องจากจำนวน 10 มีค่าใกล้เคียงกับ 9 มากกว่า 16 ผู้เรียนจึงสามารถประมาณการได้ว่าค่าของ  $\sqrt{10}$  น่าจะอยู่ที่ประมาณ 3.1 ถึง 3.2 (ค่าจริงโดยประมาณคือ 3.162)

## ตอนที่ 2 ผลการทดลองใช้โมเดลตาราง

ตารางสรุปการทดลองด้วยโมเดล

ตัวอย่างข้อมูลการบันทึกผลจากการเรียนรู้ผ่านสื่อสิ่งประดิษฐ์

| จำนวนฝาขาว (พื้นที่:x) | การจัดรูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัส                                | ความยาวด้าน ( $\sqrt{x}$ ) | ประเภทของจำนวน          |
|------------------------|--------------------------------------------------------------|----------------------------|-------------------------|
| 4                      | เรียงได้ขนาด $2 \times 2$ พอดี ไม่เหลือเศษ                   | 2                          | จำนวนตรรกยะ (ลงตัว)     |
| 5                      | เรียงได้ขนาด $2 \times 2$ (เศษ 1) แต่ไม่ถึงขนาด $3 \times 3$ | อยู่ระหว่าง 2 และ 3        | จำนวนอตรรกยะ (ไม่ลงตัว) |
| 7                      | เรียงได้ขนาด $2 \times 2$ (เศษ 3) แต่ไม่ถึงขนาด $3 \times 3$ | อยู่ระหว่าง 2 และ 3        | จำนวนอตรรกยะ (ไม่ลงตัว) |
| 9                      | เรียงได้ขนาด $3 \times 3$ พอดี ไม่เหลือเศษ                   | 3                          | จำนวนตรรกยะ (ลงตัว)     |
| 12                     | เรียงได้ขนาด $3 \times 3$ (เศษ 3) แต่ไม่ถึงขนาด $4 \times 4$ | อยู่ระหว่าง 3 และ 4        | จำนวนอตรรกยะ (ไม่ลงตัว) |
| 16                     | เรียงได้ขนาด $4 \times 4$ พอดี ไม่เหลือเศษ                   | 4                          | จำนวนตรรกยะ (ลงตัว)     |
| 30                     | เรียงได้ขนาด $5 \times 5$ (เศษ 5) แต่ไม่ถึงขนาด $6 \times 6$ | อยู่ระหว่าง 5 และ 6        | จำนวนอตรรกยะ (ไม่ลงตัว) |
| 49                     | เรียงได้ขนาด $7 \times 7$ พอดี ไม่เหลือเศษ                   | 7                          | จำนวนตรรกยะ (ลงตัว)     |
| 50                     | เรียงได้ขนาด $7 \times 7$ (เศษ 1) แต่ไม่ถึงขนาด $8 \times 8$ | อยู่ระหว่าง 7 และ 8        | จำนวนอตรรกยะ (ไม่ลงตัว) |

"ประมาณค่าใกล้เคียงของรากที่สองที่เป็นจำนวนอตรรกยะ" (ถอดรากไม่ลงตัว) ให้ได้ค่าเป็นทศนิยมที่แม่นยำขึ้น

ประมาณค่า  $\sqrt{5}$  (ทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง) มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1: หาขอบเขตล่างและขอบเขตบน (หาจำนวนเต็มชนาบข้าง)

จากโมเดลฝาขาวน้ำ เราจะพบว่าพื้นที่ 5 ฝา อยู่ระหว่างสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปที่สมบูรณ์ คือ:

- สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก: พื้นที่ 4 ฝา (ด้านยาว  $2 \times 2$ )  $\rightarrow \sqrt{4} = 2$

- สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่: พื้นที่ 9 ฝ่า (ด้านยาว  $3 \times 3$ )  $\rightarrow \sqrt{9} = 3$

แปลว่า: ค่าของ  $\sqrt{5}$  จะต้องเป็น 2 กว่าๆ (อยู่ระหว่าง 2 กับ 3) แน่แน่นอน เขียนแทนด้วยความสัมพันธ์:

$$2 < \sqrt{5} < 3$$

ขั้นที่ 2: วิเคราะห์ความใกล้เคียง (เลือกทศนิยมตำแหน่งที่หนึ่ง)

แล้วดูว่า พื้นที่ 5 ฝ่า มันเอนเอียงไปทางไหนมากกว่ากัน

- ลองดูระยะห่าง: 5 อยู่ห่างจาก 4 เป็นระยะ 1 หน่วย แต่ห่างจาก 9 ถึง 4 หน่วย
- แสดงว่า ค่าของ  $\sqrt{5}$  ต้องอยู่ใกล้เลข 2 มากกว่า (น่าจะเป็น 2.2 หรือ 2.3)

ขั้นที่ 3: ทดสอบหาค่าทศนิยมที่ถูกต้อง

ให้ลองสุ่มนำทศนิยมรอบๆ ตัวที่เราคาดเดาผลลองยกกำลังสอง (ซึ่งก็คือการคำนวณพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวเป็นทศนิยมนั้นๆ) เพื่อดูว่าค่าใดใกล้เคียง 5 ที่สุด

- ทดลองค่าที่ 1: ลองใช้ 2.2

$$2.2 \times 2.2 = 4.84$$

พื้นที่ยังไม่ถึง 5 ขาดไปอีก 0.16

- ทดลองค่าที่ 2: ลองใช้ 2.3

$$2.3 \times 2.3 = 5.29$$

พื้นที่เกิน 5 ไป 0.29

ขั้นที่ 4: สรุปค่าประมาณใกล้เคียงที่สุด

เปรียบเทียบดูว่าตัวไหนสร้างพื้นที่ได้ใกล้เคียง 5 ฝ่ามากกว่ากัน:

- 4.84 ห่างจาก 5 อยู่  $5 - 4.84 = 0.16$  (ตัวนี้ห่างน้อยกว่า)
- 5.29 ห่างจาก 5 อยู่  $5.29 - 5 = 0.29$

สรุปผล: เนื่องจาก 4.84 มีค่าใกล้เคียง 5 มากกว่า 5.29

ดังนั้น ค่าประมาณใกล้เคียงทศนิยม 1 ตำแหน่งของ  $\sqrt{5}$  จึงมีค่าประมาณ 2.2

(เขียนด้วยสัญลักษณ์ประมาณค่าได้เป็น  $\sqrt{5} \approx 2.2$ )

ประมาณค่า  $\sqrt{7}$  (ทศนิยมสองตำแหน่ง) มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1: หาขอบเขตล่างและขอบเขตบน (หาจำนวนเต็มขนาดข้าง)

จากโมเดลผาขวดน้ำ เราจะพบว่าพื้นที่ 7 ฝ่า อยู่ระหว่างสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปที่สมบูรณ์ คือ:

- สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก: พื้นที่ 4 ฝ่า (ด้านยาว  $2 \times 2$ )  $\rightarrow \sqrt{4} = 2$
- สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่: พื้นที่ 9 ฝ่า (ด้านยาว  $3 \times 3$ )  $\rightarrow \sqrt{9} = 3$

แปลว่า: ค่าของ  $\sqrt{7}$  จะต้องเป็น 2 กว่าๆ (อยู่ระหว่าง 2 กับ 3) แน่แน่นอน เขียนแทนด้วยความสัมพันธ์:

$$2 < \sqrt{7} < 3$$

ขั้นที่ 2: วิเคราะห์ความใกล้เคียง (เลือกทศนิยมตำแหน่งที่หนึ่ง)

แล้วดูว่า พื้นที่ 7 ฝ่า มันเอนเอียงไปทางไหนมากกว่ากัน

- ลองดูระยะห่าง: 7 อยู่ห่างจาก 9 เป็นระยะ 2 หน่วย แต่ห่างจาก 4 เป็นระยะ 3 หน่วย
- แสดงว่า ค่าของ  $\sqrt{7}$  ต้องอยู่ใกล้เลข 3 มากกว่า (น่าจะเป็น 2.6 หรือ 2.7)

### ขั้นที่ 3: ทดสอบหาค่าทศนิยมที่ถูกต้อง

ให้ลองสุ่มนำทศนิยมรอบๆ ตัวที่เราคาดเดามาลองยกกำลังสอง (ซึ่งก็คือการคำนวณพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวเป็นทศนิยมนั้นๆ) เพื่อดูว่าค่าใดใกล้เคียง 7 ที่สุด

- ทดลองค่าที่ 1: ลองใช้ 2.6

$$2.6 \times 2.6 = 6.76$$

พื้นที่ยังไม่ถึง 7 ขาดไปอีก 0.24

- ทดลองค่าที่ 2: ลองใช้ 2.7

$$2.7 \times 2.7 = 7.29$$

พื้นที่เกิน 7 ไป 0.29

### ขั้นที่ 4: สรุปค่าประมาณใกล้เคียงที่สุด

เปรียบเทียบว่าตัวไหนสร้างพื้นที่ได้ใกล้เคียง 7 ฝามากกว่ากัน:

- 6.76 ห่างจาก 7 อยู่  $7 - 6.76 = 0.24$  (ตัวนี้ห่างน้อยกว่า)
- 7.29 ห่างจาก 7 อยู่  $7.29 - 7 = 0.29$

สรุปผล: เนื่องจาก 6.76 มีค่าใกล้เคียง 7 มากกว่า 7.29

ดังนั้น ค่าประมาณใกล้เคียงทศนิยม 1 ตำแหน่งของ  $\sqrt{7}$  จึงมีค่าประมาณ 2.6

เขียนด้วยสัญลักษณ์ประมาณค่าได้เป็น  $\sqrt{7} \approx 2.6$

### ขั้นที่ 5: ทดสอบหาค่าทศนิยมตำแหน่งที่ 2

จากขั้นที่ 4 ค่าประมาณตำแหน่งที่ 1 ของ  $\sqrt{7}$  คือ 2.6 ซึ่ง  $2.6 < \sqrt{7}$  ดังนั้นลองสุ่มทศนิยม 2 ตำแหน่งที่มีค่าระหว่าง 2.6 กับ 2.7

- ทดลองค่าที่ 1: ลองใช้ 2.65

$$2.65 \times 2.65 = 7.0225$$

พื้นที่เกิน 7 ไป 0.0225

- ทดลองค่าที่ 2: ลองใช้ 2.64

$$2.64 \times 2.64 = 6.9696$$

พื้นที่ยังไม่ถึง 7 ยังขาด 0.0304

### ขั้นที่ 6: สรุปค่าประมาณที่ใกล้เคียงที่สุดถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 2

- 7.0225 ห่างจาก 7 อยู่  $7.0225 - 7 = 0.0225$  (ห่างน้อยกว่า)
- 6.9696 ห่างจาก 7 อยู่  $7 - 6.9696 = 0.0304$

สรุปผล: เนื่องจาก 7.0225 มีค่าใกล้เคียง 7 มากกว่า 6.9696

ดังนั้น ค่าประมาณใกล้เคียงทศนิยม 2 ตำแหน่งของ  $\sqrt{7}$  คือ 2.65

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ได้เป็น  $\sqrt{7} \approx 2.65$

## บทที่ 5

### สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ

จากการทำโครงงานคณิตศาสตร์ เรื่องโมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหาค่ารากที่สอง" (Square Root Visualizer) มีการสรุปผลการศึกษา อภิปรายผลและข้อเสนอแนะดังนี้

#### สรุป

การประดิษฐ์และนำโมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหาค่ารากที่สอง" มาใช้งาน สามารถสรุปได้ดังนี้  
จากการนำฝาขวดน้ำมาประดิษฐ์โมเดลตารางในการเรียนรู้เรื่องการหาค่ารากที่สองทำให้นักเรียนเห็นภาพชัดเจนขึ้น ทำให้นักเรียนเข้าใจนิยาม ความหมายของการหารากที่สอง บอกได้ว่ารากที่สองของจำนวนจริงใดเป็นจำนวนตรรกยะ รากที่สองของจำนวนจริงใดเป็นจำนวนอตรรกยะ สามารถหาค่าของรากที่สองที่เป็นจำนวนตรรกยะได้รวดเร็ว ต่อยอดหาค่าของรากที่สองที่เป็นจำนวนอตรรกยะและประมาณค่าเป็นทศนิยม 1 ตำแหน่ง 2 ตำแหน่งได้

#### อภิปรายผล

จากการประดิษฐ์โมเดลตาราง "พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสหาค่ารากที่สอง" ทำให้เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมเป็นรูปธรรมมากขึ้น เนื่องจากนักเรียนได้ลงมือหาคำตอบจากวัสดุอุปกรณ์รีไซเคิล นักเรียนสามารถหาได้ง่าย เพียงนำฝาขวดน้ำมาจัดเรียงให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสก็ได้คำตอบของค่ารากที่สองที่เป็นจำนวนตรรกยะ หากจัดเรียงเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไม่ได้แสดงว่าเป็นจำนวนอตรรกยะ ซึ่งง่ายในการทำความเข้าใจของนักเรียน และนักเรียนสามารถใช้ได้ทุกที่ทุกเวลาทั้งในห้องเรียน นอกห้องเรียน หรือเวลาว่างเพื่อทบทวนความเข้าใจ

#### ประโยชน์ที่ได้รับ

1. เปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรม (สัญลักษณ์รากที่สอง) ให้กลายเป็นภาพเรขาคณิตเชิงรูปธรรมที่ชัดเจน ช่วยให้นักเรียนจดจำนิยามได้อย่างถูกต้องโดยไม่ต้องท่องจำสูตร
2. ส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์ และการประมาณค่า
3. เป็นการประยุกต์ใช้ขยะรีไซเคิลอย่างฝาขวดน้ำมาสร้างให้เกิดประโยชน์ทางการศึกษา มีต้นทุนการผลิตต่ำมาก ซ่อมแซมง่าย และมีความทนทานสูง สามารถนำไปใช้ซ้ำในห้องเรียนได้จริง

#### ข้อเสนอแนะ

1. ทดลองนำขยะรีไซเคิลอย่างฝาขวดน้ำไปใช้ทำประโยชน์ทางการศึกษาในการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์หรือเนื้อหาอื่น ๆ

## บรรณานุกรม

[https://en.wikipedia.org/wiki/Real\\_number](https://en.wikipedia.org/wiki/Real_number)

<https://www.smartmathpro.com/article/real-numbers-m2/>

<https://www.google.com/search>





