

โครงการคณิตศาสตร์ ประเภททฤษฎี

เรื่อง การพัฒนาสมการเปรียบเทียบอัตราการใช้ของน้ำตามระดับความสูงของหน้าตัด
ในท่อระบายน้ำทรงกระบอก ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส

โดย

1. นายภาณุวัฒน์ บุตรนันท์
2. นายสันติสุข มุงขุนทด
3. นายสุรยุทธ ตันบุญเรือง

ครูที่ปรึกษา

1. นายชาติ แก้ววารี
2. นางสาวอัญมณี ชุนรอง

โรงเรียนท่าแซะรัชดาภิเษก

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาสุราษฎร์ธานี ชุมพร

รายงานฉบับนี้เป็นส่วนประกอบของโครงการคณิตศาสตร์ ประเภททฤษฎี

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ช่วงชั้นที่ 4

เนื่องในงานสัปดาห์วิทยาศาสตร์แห่งชาติส่วนภูมิภาค ประจำปี พ.ศ.2569

เรื่อง	การพัฒนาสมการเปรียบเทียบอัตราการไหลของน้ำตามระดับความสูงของหน้าตัดใน ท่อระบายน้ำทรงกระบอก ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ผู้จัดทำ	นายภาณุวัฒน์ บุตรนันท์ นายสันติสุข มุงขุนทด นายสุรยุทธ ตันบุญเรือง
ครูที่ปรึกษา	นายชาลี แก้ววารี นางสาวอัญมณี ขุนรอง
วิชา	คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6
ที่อยู่	โรงเรียนท่าแซะรัชดาภิเษก ตำบลท่าแซะ อำเภوتاแซะ จังหวัดชุมพร

บทคัดย่อ

โครงการคณิตศาสตร์ การพัฒนาสมการเปรียบเทียบอัตราการไหลของน้ำตามระดับความสูงของหน้าตัดในท่อระบายน้ำทรงกระบอก ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นโครงการของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6 โรงเรียนท่าแซะรัชดาภิเษก จังหวัดชุมพร มีวัตถุประสงค์คือ

1. เพื่อศึกษาและอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างหน้าตัดของท่อระบายน้ำทรงกระบอก ท่อระบายน้ำปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อระบายน้ำปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส กับปริมาตรของน้ำที่ไหลผ่านท่อ
2. เพื่อสร้างสมการเปรียบเทียบอัตราการไหลของน้ำที่ความสูงแต่ละระดับของหน้าตัดท่อระบายน้ำทรงกระบอก ท่อระบายน้ำปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อระบายน้ำปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส
- และ 3. เพื่อหารูปแบบทั่วไปของสมการเปรียบเทียบอัตราการไหลของน้ำที่ระบายผ่านท่อระบายน้ำทรงกระบอก ท่อระบายน้ำปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อระบายน้ำปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า 1. ศึกษาท่อระบายน้ำจำนวน 3 รูปแบบ ได้แก่ ท่อทรงกระบอก ท่อปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส 2. ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงของน้ำ h กับปริมาตรน้ำภายในท่อ $V(h)$ โดยพิจารณาความยาวของท่อคงที่ 3. ใช้หลักการทางเรขาคณิตและฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ในการสร้างสมการพื้นที่หน้าตัดของน้ำ $A(h)$ และสมการปริมาตรน้ำในรูปทั่วไป 4. เปรียบเทียบสมการและค่าปริมาตรน้ำของท่อทั้งสามรูปแบบที่ระดับความสูงของน้ำต่าง ๆ ภายใต้ง่อนไขและหน่วยการวัดเดียวกัน ผลการทดลองพบว่า

1. รูปทรงเรขาคณิตของหน้าตัดท่อส่งผลต่ออัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดน้ำ $A(h)$ ที่แตกต่างกัน แม้ว่าพื้นที่หน้าตัดรวมสูงสุดจะเท่ากัน ท่อทรงกระบอกและท่อปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่ามีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดในลักษณะไม่เชิงเส้นและฟังก์ชันกำลังสอง ตามลำดับ ขณะที่ท่อปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น

2. สมการเปรียบเทียบอัตราการไหล สามารถพัฒนาสมการทางคณิตศาสตร์สำหรับท่อทั้ง 3 รูปแบบ ได้สำเร็จ ได้แก่ ท่อทรงกระบอก $V(h) = (25 \times \cos^{-1}(\frac{5-h}{5}) - (5-h) \times \sqrt{10h-h^2}) \times L$ ท่อปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า $V(h) = (\frac{1}{\sqrt{3}}) \times h^2 \times L$ และท่อปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส $V(h) = 8.860h \times L$ ซึ่งเมื่อแปลงเป็นอัตราการไหล ($Q = \frac{V}{t}$) พบว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความสามารถในการระบายน้ำสูงในช่วงน้ำน้อย ขณะที่ท่อทรงกระบอกและปริซึมสามเหลี่ยมมีความโดดเด่นในการรองรับปริมาณน้ำในช่วงน้ำมาก

3. รูปแบบทั่วไปของสมการ (Generalization): สามารถสรุปรูปแบบทั่วไปของสมการความสัมพันธ์ได้ในรูป $V(h) = f(h) \times L$ โดยที่ $f(h)$ คือฟังก์ชันพื้นที่หน้าตัดน้ำ และ L คือความยาวท่อ ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการคำนวณและออกแบบระบบระบายน้ำสำหรับทุกรูปทรงเรขาคณิตอื่น ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

กิตติกรรมประกาศ

ในการจัดทำโครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง การพัฒนาสมการเปรียบเทียบอัตราการใช้ของน้ำตามระดับความสูงของหน้าตัดในท่อระบายน้ำทรงกระบอก ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้รับความอนุเคราะห์ความรู้คำแนะนำ คำชี้แนะ ในการทำโครงการเป็นอย่างดีจาก ครูชาติ แก้ววารี , ครูอัญมณี ขุนรอง และครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนท่าแซะรัชดาภิเษก จึงขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

สุดท้ายนี้ ขอขอบคุณและขอบใจครอบครัว และเพื่อนๆ ของผู้จัดทำที่คอยให้กำลังใจและถามไถ่ความเป็นไปของโครงการอยู่เสมอ ทำให้ผู้จัดทำมีกำลังใจที่จะทำโครงการจนสำเร็จได้

นายภาณุวัฒน์ บุตรนันท์

นายสันติสุข มุงขุนทด

นายสุรยุทธ ต้นบุญเรือง

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทคัดย่อ	ก
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญตาราง	ฉ
บทที่ 1 บทนำ	
ที่มาและความสำคัญของโครงการ	1
วัตถุประสงค์ของโครงการ	2
สมมติฐานของการศึกษา	2
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	2
ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการทดลอง	3
ตัวแปรที่ศึกษา	3
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
นิยามศัพท์เฉพาะ	3
บทที่ 2 เอกสารที่เกี่ยวข้อง	
พื้นที่ผิวของทรงกระบอก	5
พื้นที่ผิวของปริซึม	6
ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก	7
พื้นที่ส่วนของวงกลม	7
ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	8
อัตราการไหลของของไหล	11
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงาน	
ปฏิทินการปฏิบัติงาน	12
ขั้นตอนการดำเนินงาน	13
บทที่ 4 ผลการดำเนินการ	
ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่หน้าตัดของท่อระบายน้ำทรงกระบอก ท่อระบายน้ำปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อระบายน้ำปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส กับปริมาตรของน้ำที่ไหลผ่านท่อ	15
ผลการสร้างสมการปริมาตรและอัตราการไหลของน้ำแต่ละความสูง	18
การศึกษาอัตราการไหลของน้ำ (Flow Rate Analysis) และการประยุกต์ใช้	20

สารบัญ (ต่อ)

เรื่อง	หน้า
ผลการหารูปแบบทั่วไปของสมการ	22
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	
สรุปผลการดำเนินงาน	23
อภิปรายผล	25
ข้อเสนอแนะ	26
บรรณานุกรม	28
ภาคผนวก	29

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 พื้นที่หน้าตัดแต่ละความสูงของท่อระบายน้ำทั้งสามรูปทรง	15
ตารางที่ 2 ปริมาณน้ำที่ไหลแต่ละความสูงของท่อระบายน้ำทรงกระบอก	16
ตารางที่ 3 ปริมาณน้ำที่ไหลแต่ละความสูงของท่อระบายน้ำปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า	17
ตารางที่ 4 ปริมาณน้ำที่ไหลแต่ละความสูงของท่อระบายน้ำปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส	17
ตารางที่ 5 ผลการเปรียบเทียบปริมาณน้ำ (V) และอัตราการไหล (Q) ของท่อระบายน้ำทั้ง 3 รูปทรง	21

บทที่ 1

บทนำ

ที่มาและความสำคัญของโครงการ

ประเทศไทยเป็นประเทศที่ประสบปัญหาอุทกภัยและน้ำท่วมซ้ำเป็นประจำ โดยเฉพาะในช่วงฤดูฝน และช่วงที่ได้รับอิทธิพลจากร่องมรสุมหรือพายุหมุนเขตร้อน ส่งผลให้หลายพื้นที่เกิดน้ำท่วมฉับพลัน น้ำเอ่อล้นตลิ่ง และน้ำท่วมซ้ำในเขตชุมชน นอกจากปริมาณฝนที่ตกหนักแล้ว สาเหตุสำคัญอีกประการหนึ่งคือข้อจำกัดของระบบระบายน้ำที่ไม่สามารถระบายน้ำออกจากพื้นที่ได้อย่างทันท่วงที ก่อให้เกิดผลกระทบต่อการดำรงชีวิตของประชาชน การคมนาคม การเกษตร เศรษฐกิจ และทรัพย์สินเป็นวงกว้าง โดยเฉพาะในพื้นที่เมืองที่มีสิ่งปลูกสร้างหนาแน่นและพื้นที่รับน้ำตามธรรมชาติลดลง ส่งผลให้ประสิทธิภาพของระบบระบายน้ำลดลงอย่างมีนัยสำคัญ

ระบบท่อระบายน้ำจึงนับเป็นโครงสร้างพื้นฐานที่มีบทบาทสำคัญในการรองรับและระบายน้ำฝน รวมถึงลำเลียงน้ำส่วนเกินออกจากพื้นที่ต่าง ๆ เช่น ชุมชน ถนน พื้นที่เกษตรกรรม และระบบชลประทาน การออกแบบระบบท่อระบายน้ำให้มีประสิทธิภาพจำเป็นต้องพิจารณาปัจจัยหลายด้าน ได้แก่ ปริมาณน้ำฝน ลักษณะภูมิประเทศ ความลาดชันของพื้นที่ ขนาด ความยาว วัสดุ และรูปทรงของท่อระบายน้ำ เนื่องจากปัจจัยเหล่านี้ล้วนส่งผลต่อความสามารถในการรองรับและระบายน้ำของระบบ

แม้ว่าท่อระบายน้ำที่ใช้งานจริงส่วนใหญ่จะเป็นท่อทรงกระบอก เนื่องจากมีความแข็งแรงและเหมาะสมต่อการใช้งานในทางวิศวกรรม แต่คณะผู้จัดทำมีความสนใจศึกษาว่า หากกำหนดให้ท่อระบายน้ำมีพื้นที่หน้าตัดและความยาวเท่ากัน แล้วเปลี่ยนรูปทรงของหน้าตัดเป็นรูปทรงเรขาคณิตชนิดอื่น รูปทรงของหน้าตัดจะส่งผลต่อปริมาตรน้ำที่สามารถรองรับได้ในแต่ละระดับความสูงของน้ำแตกต่างกันหรือไม่ ด้วยเหตุนี้ จึงเลือกศึกษาท่อปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่าและท่อปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับท่อทรงกระบอก เนื่องจากเป็นรูปทรงเรขาคณิตพื้นฐานที่สามารถสร้างสมการ วิเคราะห์ และเปรียบเทียบผลได้อย่างเป็นระบบ

จากปัญหาและประเด็นดังกล่าว ประกอบกับความรู้ที่ได้รับจากการศึกษาเรื่องฟังก์ชัน เรขาคณิต และความรู้ด้านฟิสิกส์ ผู้จัดทำจึงต้องการศึกษาว่า เมื่อท่อระบายน้ำทรงกระบอก ท่อระบายน้ำปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อระบายน้ำปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีพื้นที่หน้าตัดและความยาวเท่ากัน รูปทรงของท่อจะส่งผลต่อความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงของน้ำกับปริมาตรน้ำภายในท่อ รวมถึงประสิทธิภาพในการระบายน้ำ (อัตราการไหล) แตกต่างกันอย่างใด และแต่ละรูปทรงจะมีความสามารถในการรองรับและระบายน้ำในแต่ละระดับความสูงได้ดีเพียงใด คณะผู้จัดทำจึงได้จัดทำโครงการ “การพัฒนาสมการเปรียบเทียบอัตราการไหลของน้ำตามระดับความสูงของหน้าตัดในท่อระบายน้ำทรงกระบอก ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส” โดยมีวัตถุประสงค์ดังนี้

วัตถุประสงค์ของโครงการ

1. เพื่อศึกษาและอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างหน้าตัดของท่อระบายน้ำทรงกระบอก ท่อระบายน้ำปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อระบายน้ำปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส กับปริมาตรของน้ำที่ไหลผ่านท่อ
2. เพื่อสร้างสมการเปรียบเทียบอัตราการไหลของน้ำที่ความสูงแต่ละระดับของหน้าตัดท่อระบายน้ำทรงกระบอก ท่อระบายน้ำปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อระบายน้ำปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส
3. เพื่อหารูปแบบทั่วไปของสมการเปรียบเทียบอัตราการไหลของน้ำที่ระบายผ่านท่อระบายน้ำทรงกระบอก ท่อระบายน้ำปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อระบายน้ำปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส

สมมติฐานของการศึกษา

1. เมื่อกำหนดให้ความยาวท่อและเงื่อนไขการวัดเหมือนกัน พื้นที่หน้าตัดของน้ำที่แตกต่างกันจะทำให้ปริมาตรน้ำในท่อแตกต่างกัน
2. ท่อระบายน้ำที่มีรูปทรงหน้าตัดแตกต่างกัน ได้แก่ ทรงกระบอก ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส จะมีสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงของน้ำ h กับปริมาตรน้ำ V แตกต่างกันตามลักษณะของพื้นที่หน้าตัด
3. สามารถสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายและเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงของน้ำ พื้นที่หน้าตัดของน้ำ และปริมาตรน้ำในท่อทั้งสามรูปทรงได้

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

1. ศึกษาท่อระบายน้ำจำนวน 3 รูปแบบ ได้แก่ ท่อทรงกระบอก ท่อปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส
2. ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงของน้ำ h กับปริมาตรน้ำภายในท่อ $V(h)$ โดยพิจารณาความยาวของท่อคงที่
3. ใช้หลักการทางเรขาคณิตและฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ในการสร้างสมการพื้นที่หน้าตัดของน้ำ $A(h)$ และสมการปริมาตรน้ำในรูปทั่วไป
4. เปรียบเทียบสมการและค่าปริมาตรน้ำของท่อทั้งสามรูปแบบที่ระดับความสูงของน้ำต่าง ๆ ภายใต้งleichheit และหน่วยการวัดเดียวกัน

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการทดลอง

1. พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอก
2. พื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม
3. พื้นที่ส่วนของวงกลม (Circular Segment)
4. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรต้น ได้แก่ รูปทรงหน้าตัดของท่อระบายน้ำ 3 รูปแบบ และระดับความสูงของน้ำ

ตัวแปรตาม ได้แก่ ปริมาณน้ำภายในท่อ ณ ระดับความสูงต่าง ๆ และอัตราการไหลของน้ำ (Q)

ตัวแปรควบคุม ได้แก่ พื้นที่หน้าตัดเต็มของท่อทั้งสามรูปแบบถูกกำหนดให้เท่ากัน ความยาวของท่อ
ช่วงเวลาที่ใช้ในการพิจารณา (t), หน่วยการวัด และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสร้างสมการ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้ทราบความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงของน้ำกับปริมาตรน้ำภายในท่อระบายน้ำแต่ละรูปทรง
2. ได้สมการทางคณิตศาสตร์สำหรับคำนวณปริมาตรน้ำภายในท่อทรงกระบอก
ท่อปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส
3. สามารถเปรียบเทียบลักษณะของสมการและปริมาตรน้ำของท่อระบายน้ำแต่ละรูปทรง
ที่ระดับความสูงของน้ำต่าง ๆ ได้
4. ได้แนวทางในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์
รูปทรงของระบบระบายน้ำเบื้องต้น
5. สามารถระบุรูปทรงของท่อระบายน้ำที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการระบายน้ำที่ระดับความสูงต่าง ๆ
เพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐานในการออกแบบระบบระบายน้ำ

นิยามศัพท์เฉพาะ

พื้นที่หน้าตัดท่อ หมายถึง พื้นที่ของรูปที่เกิดจากการตัดท่อดังฉากกับแนวแกนของท่อ โดยในโครงงาน
นี้พิจารณาหน้าตัด 3 รูปแบบ ได้แก่ วงกลม สามเหลี่ยมด้านเท่า และสี่เหลี่ยมจัตุรัส

พื้นที่หน้าตัดของน้ำ $A(h)$ หมายถึง พื้นที่ส่วนของหน้าตัดท่อที่ถูกน้ำปกคลุม เมื่อระดับความสูงของน้ำ
มีค่าเท่ากับ h ซึ่งอาจไม่เท่ากับพื้นที่หน้าตัดท่อเต็ม

ระดับความสูงของน้ำ h หมายถึง ระยะทางในแนวตั้งจากก้นท่อถึงผิวน้ำภายในท่อ ณ ตำแหน่งหน้า
ตัดที่กำหนด

ความยาวท่อ L หมายถึง ระยะทางตามแนวแกนของท่อจากปลายด้านหนึ่งถึงปลายอีกด้านหนึ่ง

ปริมาตรน้ำ $V(h)$ หมายถึง ปริมาตรของน้ำที่บรรจุอยู่ภายในท่อ ณ ระดับความสูง h คำนวณจากสมการ $V(h) = A(h) \times L$

สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระดับน้ำกับปริมาตรน้ำ หมายถึง สมการทางคณิตศาสตร์ที่แสดงการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรน้ำ $V(h)$ เมื่อระดับความสูงของน้ำ h เปลี่ยนแปลง โดยขึ้นอยู่กับรูปทรงของหน้าตัดท่อ

อัตราการไหล (Q) หมายถึง ปริมาณน้ำที่ไหลผ่านหน้าตัดท่อต่อหนึ่งหน่วยเวลาที่กำหนด โดยในโครงงานนี้คำนวณจากความสัมพันธ์ $\frac{V}{t}$ เพื่อใช้เป็นดัชนีชี้วัดความเร็วในการระบายน้ำ

ประสิทธิภาพการระบายน้ำ หมายถึง ความสามารถในการลำเลียงน้ำออกจากพื้นที่ของท่อแต่ละรูปทรง โดยพิจารณาจากค่าอัตราการไหลที่สูงกว่า ณ ระดับความสูงของน้ำที่เท่ากัน

บทที่ 2

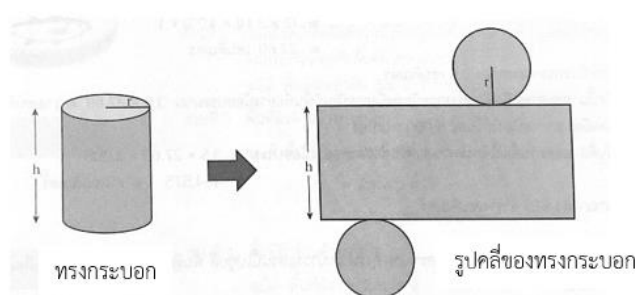
เอกสารที่เกี่ยวข้อง

การจัดทำโครงการเรื่อง "การพัฒนาสมการเปรียบเทียบปริมาตรน้ำตามระดับความสูงของหน้าตัดในท่อระบายน้ำทรงกระบอก ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส" นี้ ผู้จัดทำได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้เป็นแนวทางในการดำเนินงาน โดยมีหัวข้อสำคัญดังต่อไปนี้

1. พื้นที่ผิวของทรงกระบอก

ในทางคณิตศาสตร์ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานสองฐานเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการและอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และเมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้ หน้าตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ เรียก รูปเรขาคณิตสามมิตินี้ว่า ทรงกระบอก (cylinder)

โดยทั่วไปเราเขียนรูปคลี่ของทรงกระบอกที่มีรัศมีของฐานยาว r หน่วย และสูง h หน่วย ได้ดังนี้



พื้นที่ผิวของทรงกระบอกจะเท่ากับพื้นที่ของรูปคลี่ของทรงกระบอก

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ผิวของทรงกระบอก} &= \text{พื้นที่หน้าตัดทั้งสอง} + \text{พื้นที่ผิวด้านข้าง} \\
 &= (2 \times \text{พื้นที่วงกลม}) + \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก} \\
 &= 2\pi r^2 + 2\pi rh
 \end{aligned}$$

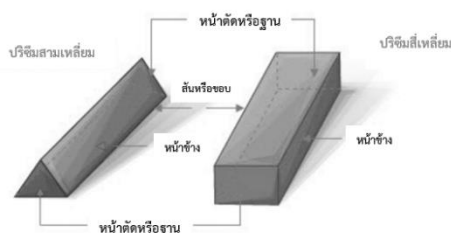
ดังนั้น พื้นที่ผิวของทรงกระบอกที่มีรัศมีของฐานยาว r หน่วย และสูง h หน่วย เท่ากับ $2\pi r^2 + 2\pi rh$ ตารางหน่วย

พื้นที่หน้าตัดหาได้จากพื้นที่ของวงกลมที่เป็นฐานของทรงกระบอก ซึ่งเท่ากับ πr^2

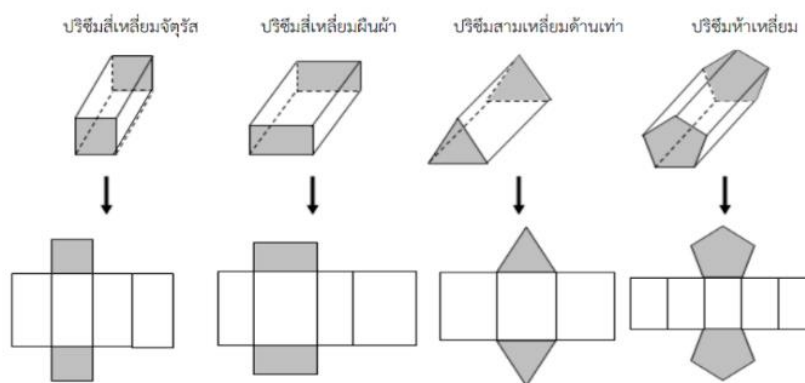
เมื่อ $\pi \approx 3.14$ และ r แทนรัศมีของวงกลมที่เป็นฐานของทรงกระบอก

2. พื้นที่ผิวของปริซึม

ในทางคณิตศาสตร์ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้ง 2 อยู่บนระนาบที่ขนานกันและด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า ปริซึม (prism) การเรียกชื่อปริซึมจะเรียกตามลักษณะของฐานนั้นๆ ปริซึมที่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยมประกอบด้วยส่วนต่างๆได้แก่ เส้นขอบ (edge) , จุดยอด (vertex) , หน้า (face) และ ฐาน (base)



ในทางคณิตศาสตร์ พื้นที่ของพื้นผิวทั้งหมดของวัตถุ จะเรียกว่า พื้นที่ผิว ของวัตถุ สำหรับการหาพื้นที่ผิวของปริซึมมีหลักการง่ายๆคือ การหาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดรวมกับพื้นที่ของฐานทั้งสอง โดยการคำนวณหาพื้นที่ผิวของปริซึมนั้น อาจารย์ภาพรูปคลี่ของปริซึม เพื่อให้ให้เห็นภาพของพื้นผิวทั้งหมดที่ต้องการคำนวณหาพื้นที่ รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กล่าวถึงนี้จะเป็นรูปเรขาคณิต สองมิติ ที่แสดงหน้าแต่ละหน้าของรูปเรขาคณิตสามมิติที่คลี่ออกมาจากบริเวณที่เป็นเส้นหรือเส้นขอบ ดังตัวอย่างรูปคลี่ของปริซึมต่อไปนี้



โดยมีสูตรการหาพื้นที่ผิวของปริซึม ดังนี้

$$\text{พื้นที่ผิวของปริซึม} = \text{พื้นที่ผิวข้าง} + 2(\text{พื้นที่หน้าตัด})$$

$$\text{สูตรการหาพื้นที่หน้าตัดปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส} = \text{ด้าน}^2$$

$$= a^2 \quad (a \text{ แทน ความยาวด้านของหน้าตัดปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส})$$

$$\begin{aligned}\text{สูตรการหาพื้นที่หน้าตัดของปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า} &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ด้าน}^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{สูตรการหาพื้นที่หน้าตัดของปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู} &= \frac{1}{2} \times \text{ความสูง} \times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน} \\ &= \frac{1}{2} \times h \times (a + b)\end{aligned}$$

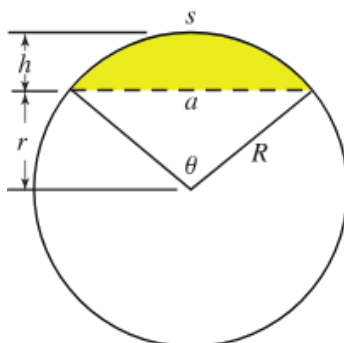
3. ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก

ปริมาตรของรูปทรงสามมิติประเภทปริซึมและทรงกระบอก มีพื้นฐานมาจากหลักการทางเรขาคณิต โดยปริมาตร (V) ของรูปทรงที่มีหน้าตัดสม่ำเสมอ สามารถคำนวณได้จากผลคูณระหว่างพื้นที่หน้าตัด (A) กับ ความยาวของรูปทรง (L) ดังสมการ

$$V = A \times L$$

4. พื้นที่ส่วนของวงกลม

พื้นที่ส่วนของวงกลม (Circular Segment) คือ พื้นที่ของแผ่นวงกลม (Disk) ที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้งของวงกลม (Arc) และคอร์ด (Chord) โดยมีมุมที่จุดศูนย์กลางเท่ากับ θ (ในหน่วยเรเดียน) พื้นที่ส่วนเสี้ยวนี้เป็นส่วนหนึ่งของภาคตัดวงกลม (Circular Sector) ซึ่งมีลักษณะคล้ายรูปลิ้ม



กำหนดให้ R คือ รัศมีของวงกลม

a คือ ความยาวของคอร์ด (Chord length)

s คือ ความยาวของส่วนโค้ง (Arc length)

h คือ ความสูงของส่วนเสี้ยววงกลม (Height of the arced portion หรือ Sagitta)

r คือ ระยะจากจุดศูนย์กลางถึงคอร์ด (Apothem) โดยที่ $R = h + r$

θ คือ มุมที่จุดศูนย์กลาง (Central angle) ในหน่วยเรเดียน

ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่าง ๆ มีรายละเอียดดังนี้

1. ความยาวส่วนโค้ง (s) : $s = R\theta$

2. ความยาวของคอร์ด (a) : $a = 2R\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2\sqrt{R^2 - r^2}$

3. ความสูงของส่วนเสี้ยววงกลม (h) : $h = R - r = R\left(1 - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)$

4. ความสัมพันธ์ของมุมที่จุดศูนย์กลาง (θ) : จากการประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติ จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\theta = 2\arccos\left(\frac{r}{R}\right) = 2\arccos\left(\frac{R-h}{R}\right)$$

การคำนวณพื้นที่ (Area)

พื้นที่ของส่วนเสี้ยววงกลม (A) สามารถหาได้จาก ผลต่างระหว่างพื้นที่ของภาคตัดวงกลม (Circular Sector) และพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่เกิดจากรัศมีและคอร์ด

$$A = \text{พื้นที่ภาคตัดวงกลม} - \text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยม}$$

$$A = \frac{1}{2}R^2\theta - \frac{1}{2}R^2\sin\theta$$

$$\text{หรือจัดรูปได้เป็น } A = \frac{1}{2}R^2(\theta - \sin\theta)$$

5. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

5.1 ความหมายของความสัมพันธ์ (Meaning of Relations)

ในการศึกษาคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์เป็นพื้นฐานสำคัญที่ใช้อธิบายความเกี่ยวข้องกันระหว่างปริมาณสองกลุ่ม โดยมีพื้นฐานมาจากทฤษฎีเซตและผลคูณคาร์ทีเซียน

1) ผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian Product)

ก่อนที่จะนิยามความสัมพันธ์ จำเป็นต้องเข้าใจผลคูณคาร์ทีเซียน ซึ่งเป็นเซตของคู่อันดับทั้งหมดที่เป็นไปได้ ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \times B$ โดยมีนิยามดังนี้

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ และ } y \in B\}$$

2) บทนิยามของความสัมพันธ์

ความสัมพันธ์ (r) คือการจับคู่สมาชิกบางส่วนจากเซตหนึ่งไปยังอีกเซตหนึ่งภายใต้กฎเกณฑ์ที่กำหนด ทางคณิตศาสตร์นิยามว่า " เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ r เป็นสับเซต เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$$r \subseteq A \times B$$

ตัวอย่าง กำหนดให้ $A = \{2,3\}$ และ $B = \{4,6\}$

ความสัมพันธ์ " r หารลงตัว" จาก A ไป B คือ $r = \{(2,4), (2,6), (3,6)\}$

5.2 กราฟของความสัมพันธ์ (Graphs of Relations)

กราฟของความสัมพันธ์คือการนำเสนอข้อมูลของคู่อันดับ $\{x, y\}$ ที่เป็นสมาชิกของความสัมพันธ์ r ลงบนระนาบพิกัดฉาก (Cartesian Plane) เพื่อให้เห็นภาพรวมของความสัมพันธ์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ลักษณะของกราฟแบ่งตามประเภทของเซต

1. **กรณีเซตจำกัด (Finite Set) :** หากความสัมพันธ์ประกอบด้วยคู่อันดับจำนวนจำกัด กราฟจะมีลักษณะเป็น "จุด" (Discrete Points) เรียงตัวกันตามพิกัด
2. **กรณีเซตของจำนวนจริง (Infinite Set/Real Numbers) :** หากความสัมพันธ์ ถูกนิยามบนเซตของจำนวนจริง กราฟมักจะมีลักษณะเป็น "เส้น" (Curve/Line) หรือ "อาณาบริเวณ" (Region) ที่ต่อเนื่องกัน

ประโยชน์ของกราฟ

กราฟช่วยให้ตรวจสอบสมบัติของความสัมพันธ์ได้ง่ายขึ้น เช่น การหาโดเมน (พิจารณาเงาบนแกน X) และการหาเรนจ์ (พิจารณาเงาบนแกน Y)

5.3 ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด (Increasing and Decreasing Functions)

เมื่อความสัมพันธ์นั้นมีคุณสมบัติเป็น "ฟังก์ชัน" (สมาชิกตัวหน้าจับคู่กับตัวหลังเพียงตัวเดียว) เราสามารถพิจารณาพฤติกรรมของกราฟได้ว่าการเปลี่ยนแปลงค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างไร

กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง และ A เป็นสับเซตของโดเมน

1) ฟังก์ชันเพิ่ม (Increasing Function)

ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง A ก็ต่อเมื่อ สำหรับทุก $x_1, x_2 \in A$ ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$ (เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น ค่า y จะเพิ่มขึ้นตาม กราฟมีลักษณะพุ่งขึ้นทางขวา)

2) ฟังก์ชันลด (Decreasing Function)

ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันลดบนช่วง A ก็ต่อเมื่อ สำหรับทุก $x_1, x_2 \in A$ ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) > f(x_2)$ (เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น ค่า y จะลดลง กราฟมีลักษณะดิ่งลงทางขวา)

5.4 ฟังก์ชันเชิงเส้น (Linear Functions)

ฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นฟังก์ชันพหุนามดีกรี 1 ที่มีกราฟเป็น "เส้นตรง" ซึ่งเป็นรูปทรงพื้นฐานที่สุดที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

รูปทั่วไปของสมการ:

$$f(x) = ax + b$$

องค์ประกอบสำคัญ

- ค่า a (ความชัน หรือ Slope): บ่งบอกความลาดเอียงและทิศทางของกราฟ
 - ถ้า $a > 0$: เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (กราฟทำมุมแหลมกับแกน X)
 - ถ้า $a < 0$: เป็นฟังก์ชันลด (กราฟทำมุมป้านกับแกน X)
 - ถ้า $a = 0$: เป็นฟังก์ชันคงตัว (กราฟขนานแกน X)
- ค่า b (ระยะตัดแกน Y หรือ Y-intercept): คือจุดที่กราฟตัดแกน Y ที่พิกัด $(0, b)$

การนำไปใช้

ฟังก์ชันเชิงเส้นนิยมใช้ในการคำนวณความสัมพันธ์ที่แปรผันตรง เช่น การคำนวณระยะทางกับเวลาด้วยความเร็วคงที่ หรือการคำนวณดอกเบี้ยคงต้น

6. อัตราการไหลของของไหล (Flow Rate)

ในการศึกษาประสิทธิภาพการระบายน้ำของท่อระบายน้ำ จำเป็นต้องอาศัยหลักการทางกลศาสตร์ของไหล (Fluid Mechanics) โดยเฉพาะแนวคิดเรื่อง อัตราการไหลเชิงปริมาตร (Volumetric Flow Rate) ซึ่งหมายถึง ปริมาตรของของเหลวที่ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดใดๆ ในหนึ่งหน่วยเวลา

ในสภาวะอุดมคติที่ความเร็วของการระบายน้ำคงที่ อัตราการไหล (Q) สามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์พื้นฐานดังนี้

$$Q(h) = \frac{V}{t}$$

โดยที่

- Q คือ อัตราการไหลเชิงปริมาตร (Volume Flow Rate) มีหน่วยเป็น ลูกบาศก์หน่วยต่อเวลา (เช่น cm^3/s หรือ L/s)
- V คือ ปริมาตรของน้ำที่ไหลผ่าน (Volume)
- t คือ ระยะเวลาที่ใช้ในการไหล (Time)

ในทางวิศวกรรมชลศาสตร์ (Hydraulics) หากพิจารณาการไหลในท่อเปิด (Open-channel flow) หรือท่อระบายน้ำที่ไม่เต็มท่อ อัตราการไหลจะแปรผันตาม **พื้นที่หน้าตัดของน้ำ (Cross-sectional Area of flow, A)** ณ ระดับความสูง h ใดๆ เมื่อประยุกต์เข้ากับสมการปริมาตรของรูปทรงเรขาคณิตที่มีความยาวท่อ L คงที่ จะได้ความสัมพันธ์ว่า

$$V(h) = A(h) \times L$$

ดังนั้น เมื่อแทนค่าปริมาตรลงในสมการอัตราการไหล จะได้สมการเปรียบเทียบอัตราการไหลของโครงการนี้คือ

$$Q(h) = \frac{A(h) \times L}{t}$$

สมการนี้แสดงให้เห็นว่า ภายใต้ความยาวท่อ (L) และเวลา (t) ที่กำหนดให้เป็นตัวแปรควบคุม อัตราการไหล (Q) จะขึ้นอยู่กับฟังก์ชันพื้นที่หน้าตัดของน้ำ $A(h)$ ซึ่งจะเปลี่ยนแปลงไปตามรูปทรงเรขาคณิตของท่อนั่นเอง

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงาน

กลุ่มผู้จัดทำโครงการจะกล่าวถึงวิธีการดำเนินงานดังนี้

ปฏิทินการปฏิบัติงาน

ลำดับที่	รายการ	ระยะเวลาที่ใช้	คณะผู้รับผิดชอบ
1	ศึกษาวิธีทำโครงการคณิตศาสตร์ และคิดเรื่องที่จะทำโครงการ คณิตศาสตร์	1-2 คาบ	คณะผู้จัดทำ
2	ประชุมวางแผนการทำโครงการ คณิตศาสตร์	2 คาบ	คณะผู้จัดทำ/ครูที่ปรึกษา
3	เขียนเค้าโครงโครงการ คณิตศาสตร์	2 คาบ	คณะผู้จัดทำ
4	ครูที่ปรึกษาแบ่งหน้าที่รับผิดชอบ	1 คาบ	คณะผู้จัดทำครูที่ปรึกษา
5	วางแผนการดำเนินงาน	2 คาบ	คณะผู้จัดทำครูที่ปรึกษา
6	ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับ ความสูงของน้ำกับพื้นที่หน้าตัดและ ปริมาตรน้ำในท่อระบายน้ำ สร้าง สมการและเปรียบเทียบอัตราการ ไหลของน้ำ	2 สัปดาห์ 5 ครั้ง ครั้งละ 1-2 คาบ	คณะผู้จัดทำ
7	ตรวจสอบข้อมูล และแก้ไขให้ สมบูรณ์	1 สัปดาห์	คณะผู้จัดทำ
8	จัดทำรายงานและเอกสารรูปเล่ม โครงการ	2 วัน	คณะผู้จัดทำครูที่ปรึกษา
9	ทำสื่อนำเสนอประกอบและฝึกซ้อม การนำเสนอโครงการต่อครูที่ ปรึกษา	1 สัปดาห์	คณะผู้จัดทำ
10	นำเสนอ โครงการ ต่อ คณะกรรมการ	1 วัน	คณะผู้จัดทำ

ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. คิดหัวข้อโครงการ

- คิดหัวข้อโครงการเพื่อนำเสนอครูที่ปรึกษาโครงการ โดยจัดทำโครงการ เรื่องการศึกษาและอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่หน้าตัดของท่อระบายน้ำทรงกระบอก ท่อระบายน้ำปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อระบายน้ำปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส กับปริมาตรของน้ำที่ไหลผ่านท่อ

2. ศึกษาข้อมูลที่ใช้ในการทำโครงการ

- ศึกษาข้อมูลเรื่องหน้าตัดของท่อระบายน้ำ
- ศึกษาเรื่องอัตราการไหลของท่อระบายน้ำ
- ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์
- ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงของน้ำกับพื้นที่หน้าตัด

3. ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงของน้ำกับพื้นที่หน้าตัดและปริมาตรน้ำในท่อระบายน้ำทั้งสามรูปแบบ

ผู้จัดทำได้ใช้กระบวนการจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยมีการกำหนดขนาดของท่อระบายน้ำสำหรับทดลองเป็นท่อระบายน้ำทรงกระบอก มีความยาว 30 เซนติเมตร และมีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในยาว 10 เซนติเมตร จากการคำนวณหาพื้นที่หน้าตัดของท่อระบายน้ำทรงกระบอก จะได้พื้นที่หน้าตัดประมาณ 78.5 ตารางเซนติเมตร จึงกำหนดให้พื้นที่หน้าตัดของท่อระบายน้ำทั้ง 3 รูปทรงมีพื้นที่ประมาณ 78.5 ตารางเซนติเมตร และกำหนดให้ระดับความสูงของน้ำ (h) เปลี่ยนแปลงตั้งแต่ 0 ถึงความสูงสูงสุด จากนั้นนำค่า (h) ไปแทนลงในสมการพื้นที่หน้าตัดของแต่ละรูปทรง คำนวณค่าปริมาตรน้ำที่รองรับได้ และนำเสนอผลลัพธ์ในรูปแบบของตารางบันทึกข้อมูล พร้อมทั้งสร้างกราฟเส้นเพื่อวิเคราะห์เปรียบเทียบอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดกับปริมาตรน้ำในแต่ละระดับความสูง

4. ศึกษาการคำนวณอัตราการไหลของน้ำตามระดับความสูงแต่ละระดับในท่อระบายน้ำทั้งสามรูปแบบ

โดยกำหนดให้ระยะเวลาในการระบายน้ำ (t) เป็นค่าคงที่ภายใต้เงื่อนไขเชิงทฤษฎี พร้อมทั้งใช้หน่วยความยาวเป็นเซนติเมตรเพื่อนำค่าปริมาตรน้ำ (V) ที่คำนวณได้จากระดับความสูงของน้ำ (h) ในแต่ละระดับความสูงตั้งแต่ระดับต่ำสุดจนถึงระดับสูงสุดของท่อ มาใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการคำนวณหาอัตราการไหล (Q) หรือความสามารถในการระบายน้ำผ่านสมการ $Q = Vt$ สำหรับท่อระบายน้ำทั้งสามรูปแบบอย่างละเอียดทุก ๆ ช่วงระดับความสูง พร้อมทั้งทำการแปลงหน่วยปริมาตรจากลูกบาศก์เซนติเมตรให้เป็นลูกบาศก์เมตร(m³) หรือลิตร เพื่อให้ได้ค่าอัตราการไหลที่มีความเหมาะสม เป็นสากล และพร้อมสำหรับการนำไปใช้ประมวลผลต่อในขั้นตอนการเปรียบเทียบต่อไป

5. การเปรียบเทียบอัตราการไหลในแต่ละระดับความสูงของท่อระบายน้ำทั้งสามรูปแบบ

นำค่าอัตราการไหล (Q) ที่คำนวณได้จากระดับความสูงของน้ำ (h) ในแต่ละระดับของท่อระบายน้ำทั้งสามรูปแบบ มาจัดทำเป็นตารางบันทึกข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบตัวเลขในเชิงปริมาณ พร้อมทั้งสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงของน้ำกับอัตราการไหล เพื่อใช้ในการวิเคราะห์และเปรียบเทียบให้เห็นอย่างเด่นชัดว่า ณ ระดับความสูงของน้ำในแต่ละระดับ ท่อระบายน้ำรูปทรงใดมีอัตราการไหลและประสิทธิภาพในการระบายน้ำสูงสุด

6. สร้างสมการเปรียบเทียบอัตราการไหล (Q) ของท่อระบายน้ำทั้งสามรูปทรง

นำข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงของน้ำ (h) กับอัตราการไหล (Q) ของท่อระบายน้ำทั้งสามรูปทรง มาวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างเป็นรูปทั่วไปของสมการเปรียบเทียบอัตราการไหล ในรูปแบบของฟังก์ชันความสัมพันธ์และอัตราส่วนเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งช่วยให้สามารถอธิบายและทำนายประสิทธิภาพการระบายน้ำของท่อแต่ละรูปทรงภายใต้เงื่อนไขเดียวกันได้อย่างแม่นยำ

7. จัดรูปสมการสำเร็จรูปเพื่อการคำนวณอัตราการไหล

นำสมการความสัมพันธ์ที่ได้จากการศึกษา มาทำการจัดรูปใหม่ให้เป็น "สมการสำเร็จรูป" โดยการรวมค่าคงที่ทางกายภาพของท่อ (เช่น รัศมี ความกว้าง หรือความยาวของท่อ) และระยะเวลาในการระบายน้ำ (t) ให้กลายเป็นค่าสัมประสิทธิ์คงที่ (k) เพื่อให้สามารถนำระดับความสูงของน้ำ (h) มาแทนค่าลงในสูตรสำเร็จรูปแล้วคำนวณหาอัตราการไหล (Q) ของท่อระบายน้ำแต่ละรูปแบบได้อย่างสะดวกรวดเร็วและแม่นยำยิ่งขึ้น

8. สรุปผลการดำเนินงานและวิเคราะห์ผล/ประเมินผลการทดลอง/สรุปผลการดำเนินงานเขียนรายงาน/เตรียมการนำเสนอโครงการ/นำเสนอโครงการต่อคณะกรรมการ

บทที่ 4

ผลการดำเนินงาน

จากการที่คณะผู้จัดทำได้ดำเนินโครงการคณิตศาสตร์ในครั้งนี้ มีผลการดำเนินการดังนี้

1. ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่หน้าตัดของท่อระบายน้ำทรงกระบอก ท่อระบายน้ำปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และท่อระบายน้ำปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส กับปริมาตรของน้ำที่ไหลผ่านท่อ

- กำหนดให้พื้นที่หน้าตัดของท่อระบายน้ำทั้งสามรูปทรงมีพื้นที่หน้าตัดประมาณ 78.5 ตารางเซนติเมตร จากมาตราส่วนขนาดท่อระบายน้ำจริง (100 เซนติเมตร) ต่อดูท่อระบายน้ำทดลองเป็น 10:1 จะได้ท่อระบายน้ำทรงกระบอกที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในยาว 10 เซนติเมตร มีความยาวของท่อระบายน้ำ 10 เซนติเมตร (กำหนด $\pi \approx 3.14$)

$$\begin{aligned} \text{ท่อระบายน้ำนี้มีพื้นที่หน้าตัด} &= \pi r^2 \\ &\approx 3.14 \times 5^2 \\ &\approx 78.5 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

ท่อระบายน้ำทั้งสามรูปแบบมีความยาวคงที่ $L = 10$ เซนติเมตร และกำหนดให้ระดับความสูงของน้ำ (h) เปลี่ยนแปลงตั้งแต่ 0 ถึงความสูงสูงสุด ได้พื้นที่หน้าตัดของแต่ละความสูง ดังนี้

ตารางที่ 1 พื้นที่หน้าตัดแต่ละความสูงของท่อระบายน้ำทั้งสามรูปทรง

ความสูง (cm)	พื้นที่หน้าตัดของ ทรงกระบอก	พื้นที่หน้าตัดของปริซึม สามเหลี่ยมด้านเท่า	พื้นที่หน้าตัดของปริซึม สี่เหลี่ยมจัตุรัส
1	4.45	13	8.9
2	11.196	24.9	17.8
3	20.24	35.53	35.6
4	29.79	44.8	44.5
5	39.87	53.5	53.4
6	44.49	60.9	62.3
7	50.01	66.85	71.2
8	55.65	71.6	80.1
9	61.51	75.6	
10	78.54	78.5	
11		80.3	

จากการศึกษาหลักการทางเรขาคณิตของรูปทรงสามมิติที่มีหน้าตัดสม่ำเสมอพบว่าปริมาตรของของเหลวที่บรรจุอยู่ภายในท่อระบายน้ำ (V) มีความสัมพันธ์โดยตรงกับพื้นที่หน้าตัดของน้ำที่ระดับความสูง h ใด ๆ (A(h)) และความยาวของท่อ (L) โดยสามารถเขียนแทนด้วยความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้:

$$V(h) = A(h) \times L$$

เมื่อนำพื้นที่หน้าตัดของท่อระบายน้ำทั้งสามรูปทรงมาคำนวณหาปริมาตรที่น้ำไหลผ่านตามระดับความสูงของท่อระบายน้ำทั้งสามรูปทรงแล้ว จะได้ปริมาตรดังนี้

ตารางที่ 2 ปริมาตรน้ำที่ไหลแต่ละความสูงของท่อระบายน้ำทรงกระบอก

ความสูง (cm)	ทรงกระบอก	
	ขนาดพื้นที่หน้าตัดแต่ละความสูง (ตร.ซม.)	ปริมาตรของน้ำตามพื้นที่หน้าตัด (ลบ.ซม.)
1	4.45	44.5
2	11.96	119.6
3	20.24	202.4
4	29.79	297.9
5	39.27	392.7
6	44.49	444.9
7	50.01	500.1
8	55.65	556.5
9	61.51	615.1
10	78.54	785.4

ตารางที่ 3 ปริมาณน้ำที่ไหลแต่ละความสูงของท่อระบายน้ำปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า

ความสูง (cm)	ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า	
	ขนาดพื้นที่หน้าตัดแต่ละความสูง (ตร.ซม.)	ปริมาณของน้ำตามพื้นที่หน้าตัด (ลบ.ซม.)
1	13	130
2	24.9	249
3	35.53	355.3
4	44.8	448
5	53.5	535
6	60.9	609
7	66.85	668.5
8	71.6	716
9	75.6	756
10	78.5	785
11	80.3	803

ตารางที่ 4 ปริมาณน้ำที่ไหลแต่ละความสูงของท่อระบายน้ำปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ความสูง (cm)	ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส	
	ขนาดพื้นที่หน้าตัดแต่ละความสูง (ตร.ซม.)	ปริมาณของน้ำตามพื้นที่หน้าตัด (ลบ.ซม.)
1	8.9	89
2	17.8	178
3	35.6	356
4	44.5	445
5	53.4	534
6	62.3	623
7	71.2	712
8	80.1	801

พบว่าโครงสร้างทางเรขาคณิตของท่อระบายน้ำเป็นตัวกำหนดลักษณะของฟังก์ชันพื้นที่หน้าตัดอย่างแท้จริง ท่อที่มีความกว้างของฐานคงที่ตลอดความสูงจะทำให้พื้นที่หน้าตัดแปรผันตรงกับ ความสูงแบบเชิงเส้น ขณะที่ท่อที่มีลักษณะสอบเข้าหรือมีความโค้งมนจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดในลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear)

2. ผลการสร้างสมการปริมาตรและอัตราการไหลของน้ำแต่ละความสูง

คณะผู้จัดทำได้ทำการพิสูจน์และสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงของน้ำ (h) กับพื้นที่หน้าตัดของน้ำ $A(h)$ นำไปสู่การคำนวณปริมาตร $V(h)$ และอัตราการไหล $Q(h)$ ภายใต้เงื่อนไขตัวแปรควบคุมคือ ความยาวท่อ $L = 10$ เซนติเมตร และเวลา $t = 2$ วินาที โดยมีที่มาของสมการแต่ละรูปทรงดังนี้

- ท่อทรงกระบอก (กำหนดให้ท่อมีรัศมี $r = 5$ ซม.) ซึ่งการหาพื้นที่หน้าตัดของน้ำคือการหาพื้นที่ส่วนเสี้ยวของวงกลม (Circular Segment) จากเรขาคณิตวิเคราะห์ หากลากเส้นจากจุดศูนย์กลางวงกลมไปยังผิวน้ำ จะเกิดรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและพื้นที่ภาคตัดวงกลม (Sector) โดยมีที่มุมที่จุดศูนย์กลาง (θ) หาได้จากฟังก์ชันตรีโกณมิติ

$$\theta = 2\cos^{-1}\left(\frac{r-h}{r}\right)$$

สมการพื้นที่หน้าตัดของน้ำที่ระดับความสูง h พื้นที่ส่วนเสี้ยว = พื้นที่ภาคตัดวงกลม - พื้นที่รูปสามเหลี่ยม :

$$A(h) = r^2 \times \cos^{-1}\left(\frac{r-h}{r}\right) - (r-h) \times \sqrt{r^2 - (r-h)^2}$$

$$A(h) = 25 \times \cos^{-1}\left(\frac{5-h}{5}\right) - (5-h) \times \sqrt{10h - h^2}$$

ดังนั้น ปริมาตรและอัตราการไหลคือ

$$V(h) = A(h) \times L = \left(25 \times \cos^{-1}\left(\frac{5-h}{5}\right) - (5-h) \times \sqrt{10h - h^2}\right) \times L$$

$$Q(h) = \frac{V}{t} = \frac{[25 \times \cos^{-1}\left(\frac{5-h}{5}\right) - (5-h) \times \sqrt{10h - h^2}] \times L}{2}$$

- ท่อปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า ($a = 13.464$, $H = 11.66$)

สมการพื้นที่หน้าตัดของน้ำที่ระดับความสูง h :

$$A(h) = \left(\frac{a}{(2H)}\right) \times h^2 = \left(\frac{13.464}{(2 \times 11.66)}\right) \times h^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)h^2 \approx 0.57735h^2$$

เป็นฟังก์ชันกำลังสอง (Quadratic Function) สะท้อนให้เห็นว่าในระดับน้ำต่ำ อัตราการไหลจะน้อย เพราะฐานแคบ แต่จะเพิ่มขึ้นอย่างก้าวกระโดดเมื่อน้ำสูงขึ้น

ดังนั้น ปริมาตรและอัตราการไหลคือ

$$V(h) = A(h) \times L = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \times h^2 \times L$$

$$Q(h) = \frac{V}{t} = \left(\frac{1}{(2\sqrt{3})}\right) \times h^2 \approx 0.288675h^2$$

- ท่อปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส : กำหนดให้ท่อมีความกว้างของฐานคงที่เท่ากับ $a = 8.86$ ซม. เนื่องจากหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ขยายตัวขึ้นตามแนวตั้ง ความกว้างของผิวน้ำจะคงที่เสมอไม่ว่าระดับน้ำจะสูงเท่าใด

สมการพื้นที่หน้าตัดของน้ำที่ระดับความสูง h :

$$A(h) = a \times h = 8.86h$$

เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น (Linear Function) เนื่องจากความกว้างฐานคงที่ อัตราการไหลจึงเพิ่มขึ้นเป็นเส้นตรงตามระดับน้ำ

ดังนั้น ปริมาตรและอัตราการไหลคือ

$$V(h) = A(h) \times L = 8.860h \times L$$

$$Q(h) = \frac{V}{t} = \left(\frac{8.860}{2}\right) \times h = 4.430h$$

สะท้อนให้เห็นถึง อัตราการเปลี่ยนแปลง (Rate of Change) ที่แตกต่างกัน ท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความสม่ำเสมอในการกักเก็บน้ำ เนื่องจากความกว้างของฐานคงที่ เหมาะสำหรับการประเมินปริมาณน้ำแบบง่าย ในขณะที่ท่อทรงสามเหลี่ยมและทรงกระบอกสะท้อนให้เห็นถึงความซับซ้อนทางธรรมชาติของ

การไหล ที่อัตราการเพิ่มของปริมาตรไม่เป็นเส้นตรง ผลลัพธ์นี้ยืนยันว่าการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชัน ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายสามารถจำลองพฤติกรรมของระบบกายภาพได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. ผลการศึกษาอัตราการไหลของน้ำ (Flow Rate Analysis) และการประยุกต์ใช้

เพื่อยกระดับความสมบูรณ์ของโครงการให้ตอบโจทย์การนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริง คณะผู้จัดทำได้ทำการวิเคราะห์อัตราการไหล (Q) ซึ่งนิยามจากปริมาตรน้ำ ที่ไหลผ่านหน้าตัดต่อหนึ่งหน่วยเวลา

($t = 2$ วินาที) ตามความสัมพันธ์ $Q(h) = \frac{V}{t}$ โดยได้รวบรวมผลการคำนวณเปรียบเทียบดังแสดงในตาราง

ตารางที่ 5 ผลการเปรียบเทียบปริมาณน้ำ (V) และอัตราการไหล (Q) ของท่อระบายน้ำ ทั้ง 3 รูปทรง

ความสูง (cm)	ทรงกระบอก			ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า			ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส		
	ขนาดพื้นที่หน้าตัดแต่ละความสูง (ตร.ม.)	ปริมาตรของน้ำตามพื้นที่หน้าตัด (ลบ.มม.)	อัตราการไหล (L/s)	ขนาดพื้นที่หน้าตัดแต่ละความสูง (ตร.ม.)	ปริมาตรของน้ำตามพื้นที่หน้าตัด (ลบ.มม.)	อัตราการไหล (L/s)	ขนาดพื้นที่หน้าตัดแต่ละความสูง (ตร.ม.)	ปริมาตรของน้ำตามพื้นที่หน้าตัด (ลบ.มม.)	อัตราการไหล (L/s)
1	4.45	44.5	0.022	13	130	0.065	8.9	89	0.0445
2	11.96	119.6	0.060	24.9	249	0.125	17.8	178	0.089
3	20.24	202.4	0.101	35.53	355.3	0.178	35.6	356	0.178
4	29.79	297.9	0.149	44.8	448	0.224	44.5	445	0.2225
5	39.27	392.7	0.196	53.5	535	0.268	53.4	534	0.267
6	44.49	444.9	0.222	60.9	609	0.305	62.3	623	0.3115
7	50.01	500.1	0.250	66.85	668.5	0.334	71.2	712	0.356
8	55.65	556.5	0.278	71.6	716	0.358	80.1	801	0.4005
9	61.51	615.1	0.308	75.6	756	0.378		0	0
10	78.54	785.4	0.393	78.5	785	0.393		0	0
11		0	0.00	80.3	803	0.402		0	0
12		0	0.00		0	0		0	0
13		0	0.00		0	0		0	0

4. ผลการหารูปแบบทั่วไปของสมการ

จากการสังเคราะห์ความสัมพันธ์ของท่อระบายน้ำ ทั้ง 3 รูปแบบ คณะผู้จัดทำสามารถสรุปรูปแบบทั่วไปของสมการ (Generalization) ที่สามารถครอบคลุมการคำนวณสำหรับท่อระบายน้ำที่มีหน้าตัดสม่ำเสมอทุกรูปแบบ โดยอาศัย แนวคิดทางพีชคณิตและฟังก์ชันเชิงคณิตศาสตร์ดังนี้

$$V(h) = f(h) \times L$$

- โดยที่
- $V(h)$ คือ ปริมาตรน้ำรวมในท่อที่ระดับความสูง h
 - $f(h)$ คือ ฟังก์ชันแสดงพื้นที่หน้าตัดของน้ำ ซึ่งแปรผันตามรูปทรงเรขาคณิตของท่อ
 - L คือ ความยาวคงที่ของท่อระบายน้ำ

รูปแบบทั่วไปนี้สามารถจำแนกออกเป็น 3 ลักษณะตามประเภทของฟังก์ชัน ได้แก่ ฟังก์ชันเชิงเส้น (Linear function) สำหรับท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม ฟังก์ชันกำลังสอง (Quadratic function) สำหรับท่อหน้าตัดสามเหลี่ยม และฟังก์ชันไม่เชิงเส้น (Non-linear function) สำหรับท่อหน้าตัดทรงโค้ง ทำให้สามารถต่อยอดไปสู่การคำนวณท่อระบายน้ำรูปทรงเรขาคณิตอื่น ๆ ได้อย่างไม่จำกัด

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

สรุปผลการดำเนินงาน

โครงการคณิตศาสตร์เรื่อง “การพัฒนาสมการเปรียบเทียบอัตราการไหลของน้ำตามระดับความสูงของหน้าตัดในท่อระบายน้ำทรงกระบอก ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า และปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส” มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่หน้าตัดของท่อกับปริมาตรน้ำ สร้างสมการและเปรียบเทียบปริมาตรน้ำที่แต่ละระดับความสูง และหารูปแบบทั่วไปของสมการเปรียบเทียบปริมาตรน้ำของท่อทั้งสามรูปทรง โดยกำหนดให้ท่อทุกรูปแบบมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากัน (78.5 ตารางเซนติเมตร) และมีความยาวท่อเท่ากัน (10 เซนติเมตร) ภายใต้เงื่อนไขทางทฤษฎีที่ไม่คิดแรงเสียดทานและความลาดชัน จากการดำเนินงานสามารถสรุปผลตามวัตถุประสงค์ได้ดังนี้

1. ความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่หน้าตัดกับปริมาตรน้ำ

พื้นที่หน้าตัดของน้ำ ณ ระดับความสูงต่าง ๆ เป็นตัวกำหนดปริมาตรน้ำในท่อโดยตรง เนื่องจากปริมาตรน้ำหาได้จากผลคูณของพื้นที่หน้าตัดของน้ำกับความยาวท่อ ($V = A(h) \times L$) รูปทรงของหน้าตัดที่แตกต่างกันทำให้เกิดฟังก์ชันพื้นที่หน้าตัด $A(h)$ ที่มีลักษณะแตกต่างกัน ได้แก่

- ท่อทรงกระบอก: $A(h)$ เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นที่ประกอบด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผันและรากที่สอง
- ท่อปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า: $A(h)$ เป็นฟังก์ชันกำลังสอง
- ท่อปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส: $A(h)$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น

2. สมการปริมาตรและอัตราการไหลของแต่ละรูปทรง

สมการที่ได้จากการวิเคราะห์ เมื่อกำหนดให้ $L = 10$ เซนติเมตร และระยะเวลา $t = 2$ วินาที มีดังนี้

- ท่อทรงกระบอก (รัศมี $r = 5.00$ ซม.)

$$V_c(h) = \left[r^2 \cos^{-1} \left(\frac{r-h}{r} \right) - (r-h) \sqrt{2rh - h^2} \right] L$$

$$Q_c(h) = \frac{V_c(h)}{t}$$

- ท่อปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า (ด้าน $a = 13.464$ ซม.)

$$V_t(h) = \left(ah - \frac{h^2}{\sqrt{3}} \right) L$$

$$Q_t(h) = \frac{V_t(h)}{t}$$

- ท่อปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส (ด้าน $a = 8.860$ ซม.)

$$V_s(h) = ahL$$

$$Q_s(h) = \frac{V_s(h)}{t}$$

3. รูปแบบทั่วไปของสมการเปรียบเทียบปริมาตรน้ำ

เมื่อกำหนดให้พื้นที่หน้าตัดรวมของทุกท่อเท่ากับ A และความยาวท่อเท่ากับ L สามารถเขียนสมการเปรียบเทียบในรูปแบบทั่วไปได้ดังนี้

$$V_{\text{cylinder}}(h) = \left[\frac{A}{\pi} \cos^{-1} \left(1 - \frac{2h}{D} \right) - \left(\frac{D}{2} - h \right) \sqrt{Dh - h^2} \right] L$$

$$V_{\text{triangle}}(h) = \left[\sqrt{\frac{2\sqrt{3}}{3}} A h - \frac{h^2}{\sqrt{3}} \right] L$$

$$V_{\text{square}}(h) = \sqrt{A} hL$$

โดยที่ D คือเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อทรงกระบอกซึ่งคำนวณได้จาก $D = 2 \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

สมการในรูปแบบนี้ทำให้สามารถคำนวณปริมาตรน้ำของท่อแต่ละรูปทรงได้โดยตรงจากพื้นที่หน้าตัดรวมที่กำหนด โดยไม่ต้องคำนวณขนาดของท่อแยกต่างหากทุกครั้ง และสามารถนำไปวิเคราะห์เปรียบเทียบประสิทธิภาพของท่อแต่ละรูปทรงภายใต้เงื่อนไขเดียวกันได้อย่างเป็นระบบ

4. ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของท่อแต่ละรูปทรง

จากข้อมูลในตารางที่ 1 และ 2 สามารถสรุปพฤติกรรมของปริมาตรน้ำและอัตราการไหลตามระดับความสูงได้ดังนี้

- ที่ระดับน้ำต่ำ (0–50% ของความสูงท่อ) ท่อปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีปริมาตรน้ำและอัตราการไหลสูงที่สุด เนื่องจากความกว้างของหน้าตัดคงที่ตลอดความสูง รองลงมาคือท่อทรงกระบอก และท่อปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีค่าน้อยที่สุด เพราะรูปทรงจะแคบลงอย่างรวดเร็วเมื่อเข้าใกล้กันท่อ
- ที่ระดับน้ำปานกลาง (50–80%) ท่อทรงกระบอกเริ่มมีประสิทธิภาพเหนือกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส เนื่องจากส่วนที่กว้างที่สุดของวงกลมอยู่ที่กึ่งกลางท่อ
- ที่ระดับน้ำเต็มท่อ (100%) ท่อทั้งสามรูปทรงมีปริมาตรน้ำและอัตราการไหลเท่ากันโดยประมาณ (785.40 ลบ.ซม. และ 392.70 ลบ.ซม./วินาที) ตามเงื่อนไขที่กำหนดพื้นที่หน้าตัดเท่ากัน

อภิปรายผล

ผลการศึกษาสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ทั้งสามข้อ กล่าวคือ รูปทรงของหน้าตัดท่อมีผลต่อความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงของน้ำกับปริมาตรน้ำอย่างมีนัยสำคัญ และสามารถสร้างสมการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ดังกล่าวได้จริง

1. รูปทรงกับลักษณะของฟังก์ชัน

ความแตกต่างของสมการปริมาตรน้ำในแต่ละรูปทรงสามารถอธิบายได้จากลักษณะทางเรขาคณิตของหน้าตัด

- ท่อปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้ความสัมพันธ์แบบ เชิงเส้น ($V \propto h$) เพราะความกว้างของหน้าตัดคงที่ตลอดทุกความสูง นั่นหมายความว่าพื้นที่หน้าตัดของน้ำเพิ่มขึ้นในอัตราคงที่เมื่อระดับน้ำเพิ่มขึ้น จึงมีประสิทธิภาพดีในช่วงที่ระดับน้ำยังต่ำและเป็นรูปแบบที่ง่ายต่อการคำนวณและออกแบบ
- ท่อปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่าให้ความสัมพันธ์แบบ กำลังสอง โดยความกว้างของหน้าตัดจะแปรผันตรงกับความสูง (จาก 0 ที่กันท่อไปจนถึงความกว้างเต็มที่ขอบบน) ส่งผลให้พื้นที่หน้าตัดของน้ำเพิ่มขึ้นอย่างช้า ๆ ในช่วงแรกและเร็วขึ้นมากในช่วงหลัง นี่เป็นเหตุผลให้ท่อรูปสามเหลี่ยมมีปริมาตรน้ำต่ำที่สุดเมื่อระดับน้ำอยู่ในช่วงครึ่งล่างของท่อ
- ท่อทรงกระบอกให้ความสัมพันธ์แบบ ไม่เชิงเส้น (เชิงซ้อน) ที่มีลักษณะคล้ายรูปตัว S กล่าวคือพื้นที่หน้าตัดของน้ำจะเพิ่มขึ้นช้าในช่วงขอบล่างและขอบบนของท่อ เนื่องจากความโค้งของวงกลม แต่จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วบริเวณกลางท่อซึ่งเป็นส่วนที่กว้างที่สุด ทำให้ท่อทรงกระบอกมีประสิทธิภาพเด่นในช่วงกลางถึงสูง แต่ไม่ดีเท่าท่อสี่เหลี่ยมในระดับน้ำต่ำ

2. การเปรียบเทียบกับหลักการออกแบบทางวิศวกรรม

แม้ว่าผลการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ในโครงการนี้จะชี้ให้เห็นว่า "ท่อปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส" มีอัตราการไหลที่สูงกว่าในช่วงระดับน้ำต่ำถึงปานกลาง เนื่องจากมีพื้นที่หน้าตัดรองรับน้ำมากกว่า แต่ในทางวิศวกรรมชลศาสตร์จริง การเลือกใช้รูปทรงท่อจะต้องคำนึงถึงตัวแปร "เส้นขอบเปียก (Wetted Perimeter)" และ "รัศมีชลศาสตร์ (Hydraulic Radius)"

ตามสมการของแมนนิง (Manning's Equation) อัตราการไหลที่แท้จริงจะถูกลดทอนด้วยแรงเสียดทานระหว่างน้ำกับพื้นผิวท่อ (เส้นขอบเปียก) ท่อทรงกระบอกมีจุดเด่นคือ "มีพื้นที่เส้นขอบเปียกน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับพื้นที่หน้าตัดที่เท่ากัน" ทำให้สูญเสียพลังงานจากแรงเสียดทานน้อยกว่า นอกจากนี้ท่อทรงกระบอกยังกระจายแรงกดทับจากดินด้านบนได้ดีที่สุดตามหลักกลศาสตร์โครงสร้าง (Structural Mechanics) จึงเป็นเหตุผลว่าทำไมท่อทรงกระบอกจึงถูกนำมาใช้มากที่สุดในการเป็นจริง อย่างไรก็ตาม การศึกษาของคณะผู้จัดทำสะท้อนให้เห็นข้อได้เปรียบทางเรขาคณิตของท่อสี่เหลี่ยม ซึ่งเหมาะกับการประยุกต์ใช้ทำ "รางระบายน้ำเปิดแบบตัวยู (U-Ditch)" ในพื้นที่ชุมชนที่น้ำมีความสูงไม่มาก

3. ข้อจำกัดของการศึกษา

- การศึกษาใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ภายใต้เงื่อนไขอุดมคติ โดยไม่คิดแรงเสียดทาน ความลาดชันของท่อ ความขรุขระของผิวท่อ และสภาพการไหลแบบต่าง ๆ (laminar/turbulent flow) ซึ่งในความเป็นจริงปัจจัยเหล่านี้มีผลต่ออัตราการไหลอย่างมาก
- อัตราการไหลในโครงการนี้เป็นอัตราการระบายเฉลี่ย ($\bar{Q} = V/t$) ที่กำหนดเวลา t ให้คงที่ ซึ่งไม่ใช่สมการอัตราการไหลทางชลศาสตร์ที่ใช้หลักการของ Manning หรือ Bernoulli
- การกำหนดให้พื้นที่หน้าตัดของท่อทุกรูปเท่ากันเป็นเงื่อนไขที่ช่วยให้เปรียบเทียบได้อย่างยุติธรรม แต่ในทางปฏิบัติท่อรูปทรงต่าง ๆ อาจมีพื้นที่หน้าตัดแตกต่างกันตามมาตรฐานการผลิต

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ประโยชน์

- สมการและผลการเปรียบเทียบที่ได้สามารถใช้เป็นแนวทางเบื้องต้นในการเลือกหรือออกแบบรูปทรงของท่อระบายน้ำให้เหมาะสมกับสภาพการใช้งาน เช่น หากพื้นที่นั้นมักประสบปัญหาน้ำท่วมขังในระดับตื้น อาจพิจารณาใช้ท่อที่มีหน้าตัดแบบสี่เหลี่ยมหรือปรับปรุงรูปทรงให้มีพื้นที่หน้าตัดกว้างในช่วงล่าง

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการศึกษาค้างต่อไป

- เพิ่มรูปทรงของหน้าตัด เช่น หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า สี่เหลี่ยมคางหมู หรือรูปครึ่งวงกลม เพื่อให้ครอบคลุมรูปแบบท่อที่ใช้ในงานก่อสร้างจริงมากยิ่งขึ้น
- ศึกษาพร้อมกับปัจจัยทางชลศาสตร์ เช่น ความลาดชันของท่อ ความขรุขระของผิวท่อ และการไหลแบบต่าง ๆ โดยใช้สมการของ Manning หรือการจำลองด้วยพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (CFD) เพื่อให้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกับสภาพความเป็นจริงยิ่งขึ้น
- พัฒนาโปรแกรมหรือสเปรดชีตคำนวณ โดยใช้สมการรูปแบบทั่วไปที่ได้ เพื่อให้วิศวกรหรือผู้สนใจสามารถป้อนค่าพื้นที่หน้าตัดและระดับน้ำแล้วคำนวณปริมาตรน้ำและอัตราการไหลของท่อแต่ละรูปทรงได้อย่างรวดเร็ว

บรรณานุกรม

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน
คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน
คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2563). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม
คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ สกสศ.
- กิริติ ลีศิริรัตน์. (2558). *กลศาสตร์ของไหล (Fluid Mechanics)*. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์
สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี (ไทย-ญี่ปุ่น).
- พงษ์ศักดิ์ กลั่นกลั่น. (2553). *ชลศาสตร์ (Hydraulics)*. เชียงใหม่ : ภาควิชาวิศวกรรมโยธา
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- คณาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์. (2560). *แคลคูลัสและเรขาคณิตวิเคราะห์ 1*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Munson, B. R., Young, D. F., & Okiishi, T. H. (2556). *Fundamentals of Fluid Mechanics* (7th
ed.). John Wiley & Sons.
- ท่อระบายน้ำ. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก : [https://www.buathaipipe.com/concrete_ditch_
lining_type/](https://www.buathaipipe.com/concrete_ditch_lining_type/) (วันที่สืบค้นข้อมูล 23 กรกฎาคม 2569)

ภาคผนวก

รูปภาพวิธีการดำเนินงาน

